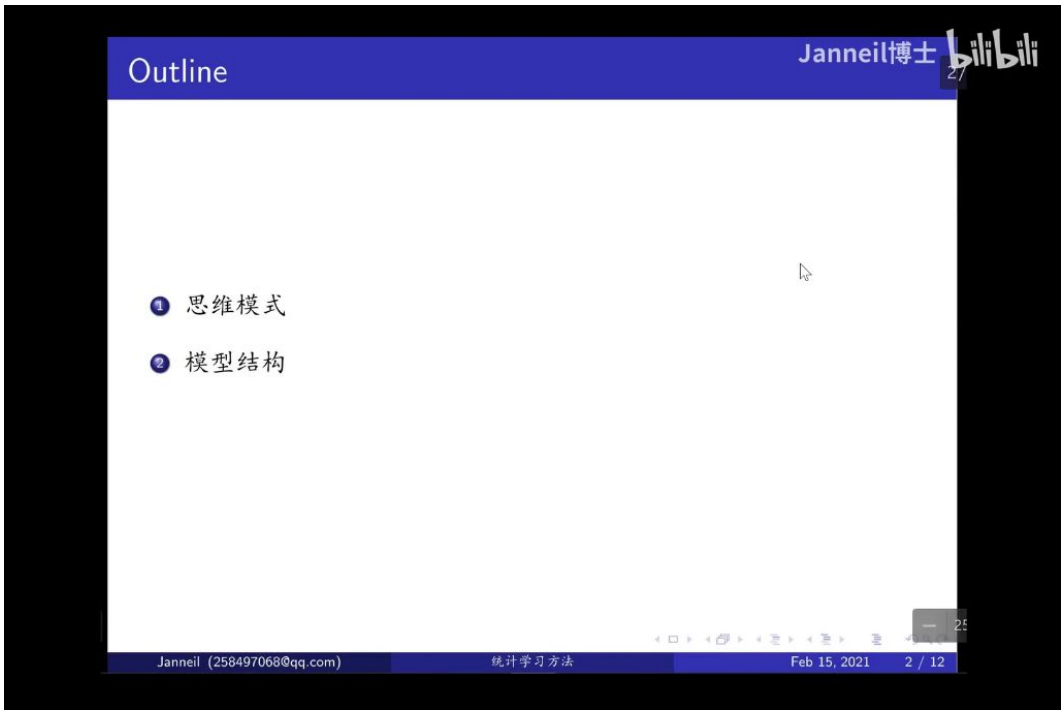
一、决策树概述 00:02

- **本质特征**：决策树是一种有明确目标的树形结构，用于实现特定分类或决策目标
- **思维特点**：采用归纳法思维模式，通过观察大量样本自底向上构建

1. 思维模式 00:30



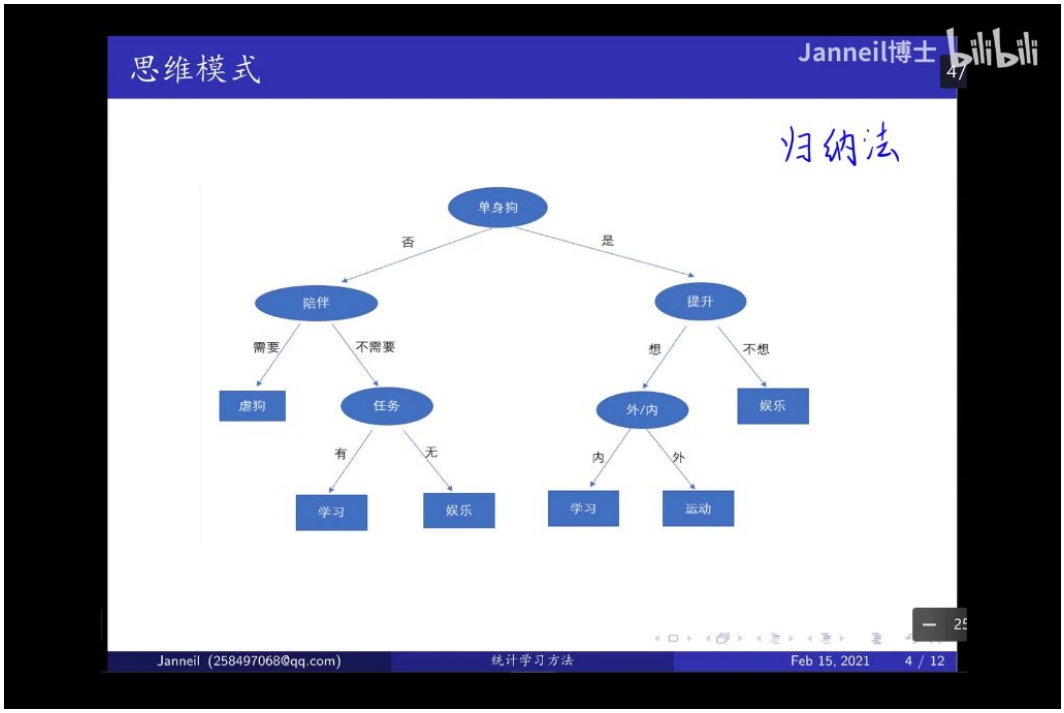
- **逻辑基础**：基于归纳法而非演绎法，通过样本观察总结规律
- **构建过程**：从具体实例出发，逐步抽象形成分类规则

2. 归纳法 00:47

- **方法论**：通过观察大量样本（如情人节活动安排）总结规律
- **特点**：自底向上的认知过程，与演绎法形成鲜明对比

3. 决策树实例 01:01

1）情人节活动决策树 02:01



- **根节点**：首先判断"是否单身"
- **分支逻辑**：
  - 非单身：考虑"对方是否需要陪伴"→"是否有任务"→最终活动
  - 单身：考虑"是否想脱单"→"内修/外链"→具体活动
- **活动类型**：包括学习、运动、娱乐等多种终端分类

2）贷款决策树实例 05:26

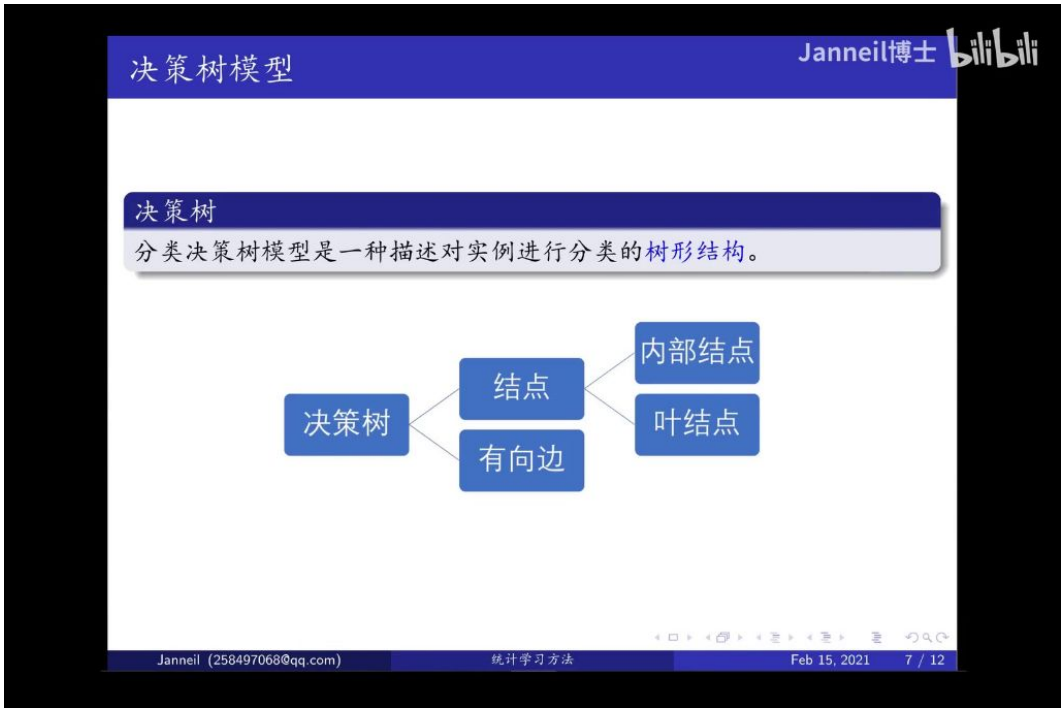
- **特征选择**：年收入、房产情况、婚姻状况三个关键特征
- **决策路径**：
  - 年收入≥80万→可偿还
  - 年收入<80万→检查房产→无房产→检查婚姻状况
- **分类结果**：最终判断贷款申请人是否具备偿还能力

4. 决策树特性 04:44

- **多叉性**：决策树不一定是二叉树，节点可分多个叉（如学习可分为读书、看视频、实践）
- **主观性**：实际构建的决策树可能带有主观色彩，需通过数据验证

二、决策树模型 ***06:43***

1. 模型结构 06:49



-
- **组成要素**：由节点和有向边构成
- **核心功能**：描述对实例进行分类的树形结构

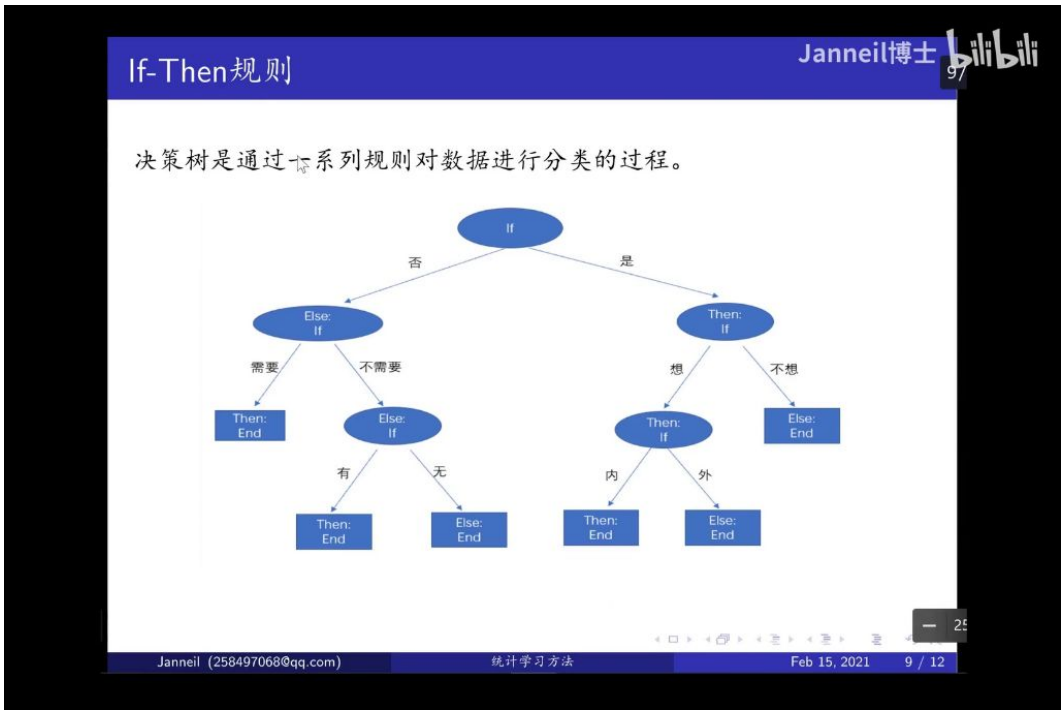
2. 节点类型 07:05

- **内部节点**：表示特征或属性（圆形节点），用于数据分叉
- **叶节点**：表示最终分类结果（方形节点）
- **根节点**：最顶端的内部节点，决策起点

3. 有向边 08:14

- **表示形式**：带箭头的线段
- **方向性**：体现自上而下的决策路径

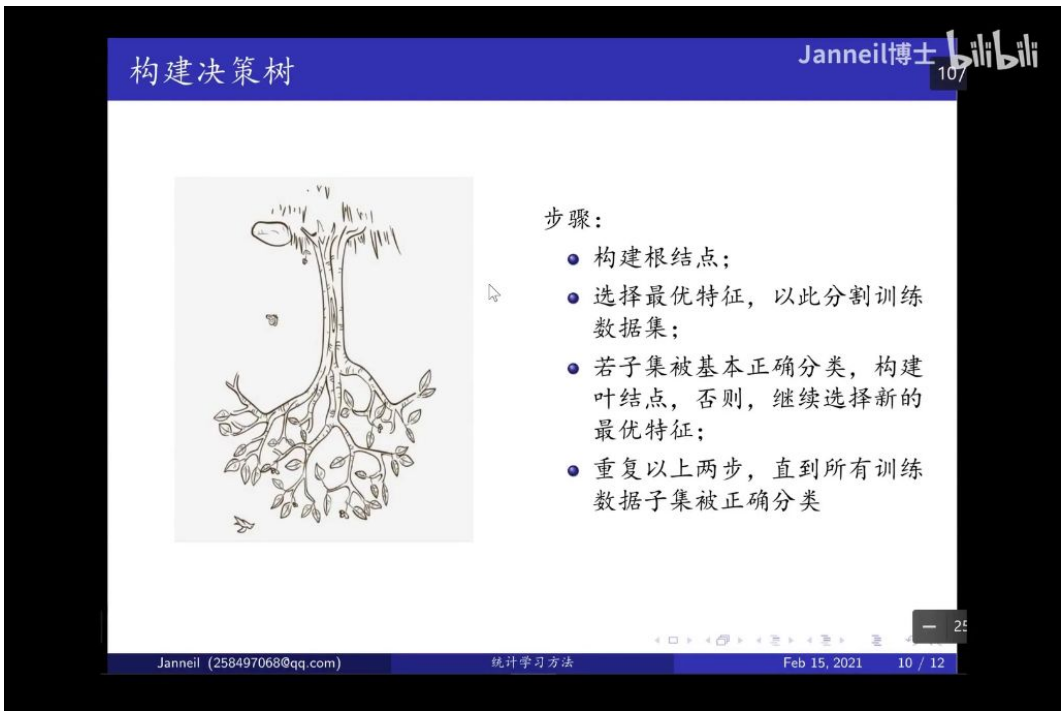
三、If-Then规则 09:22



- **规则本质**：决策树是if-then规则的集合
- **路径对应**：每条从根到叶的路径对应一条分类规则
- **特性**：
  - **互斥性**：各分支条件互不重叠
  - **完备性**：所有可能情况都被覆盖

四、决策树构建 12:13

1. 构建步骤 12:20



- 构建根节点（包含全部训练样本）

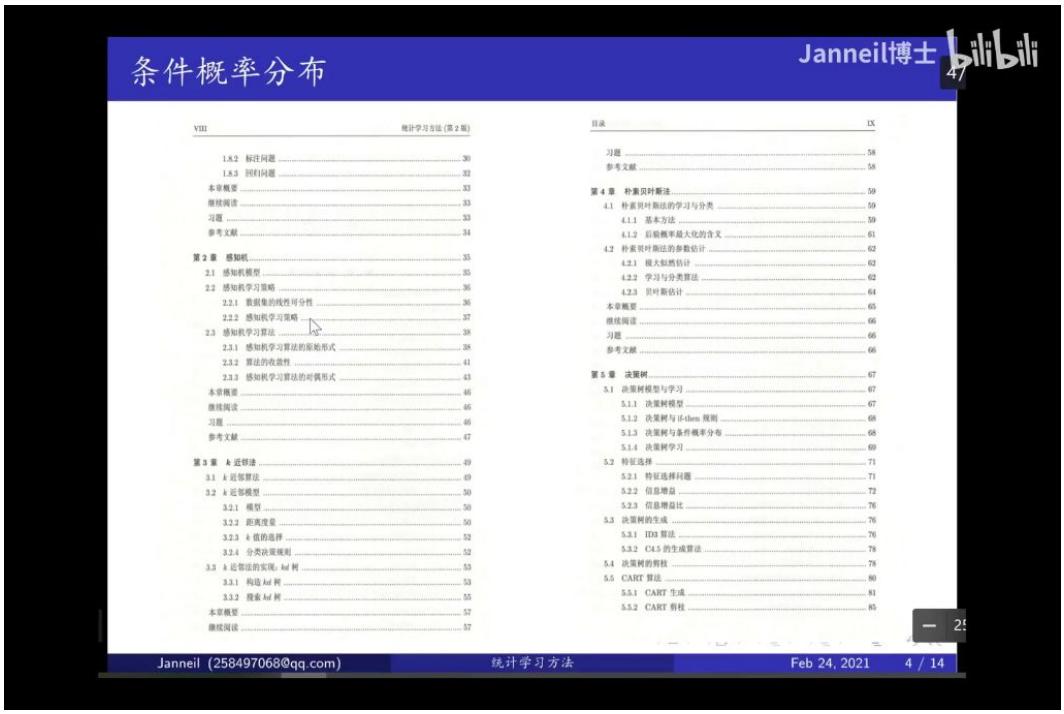
- 选择最优特征进行数据分割
- 对子集递归应用步骤2，直到：
  - 子集被正确分类→创建叶节点
  - 无法正确分类→继续选择新特征
- 重复直至所有数据被分类

2. 关键问题 13:49

- **最优特征选择**：使用熵等指标评估特征重要性
- **分类标准**：不要求100%正确分类，需平衡拟合与泛化能力
- **过拟合防范**：通过剪枝等方法提高模型泛化性

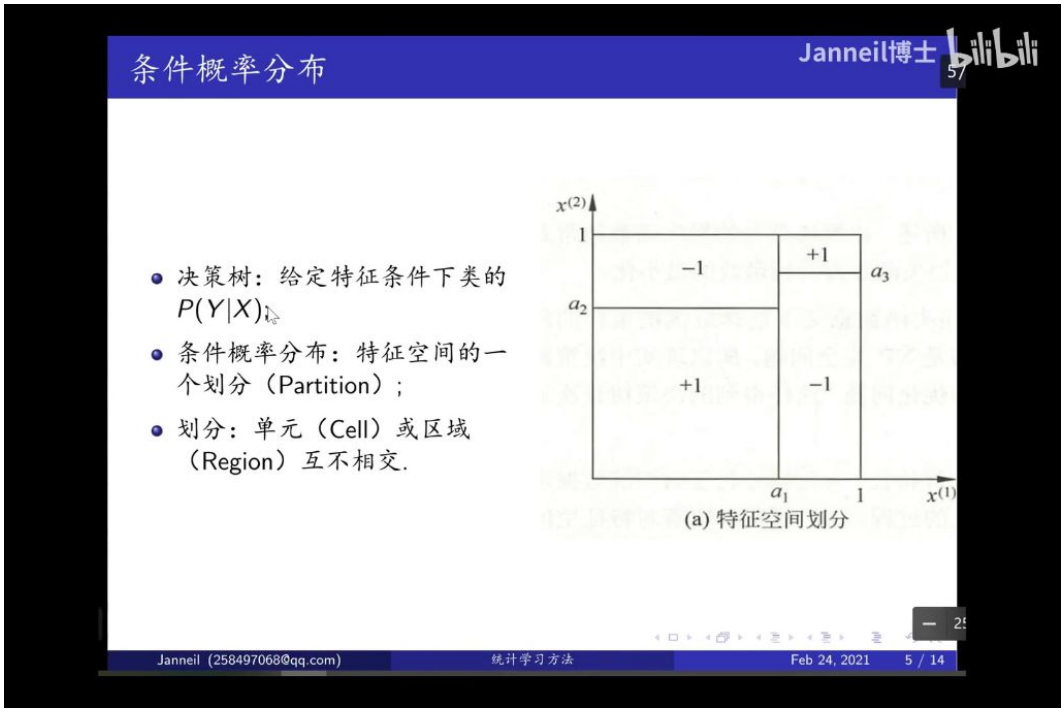
五、条件概率分布 16:18

1. 概率模型分类 16:51



- **概率模型特征**：以条件概率形式表示，如朴素贝叶斯法和决策树
- **非概率模型**：包括感知机和k近邻法，不涉及条件概率分布
- **分类依据**：根据统计学习方法第一章的分类标准，模型可分为概率模型和非概率模型两类

2. 决策树条件概率 18:01

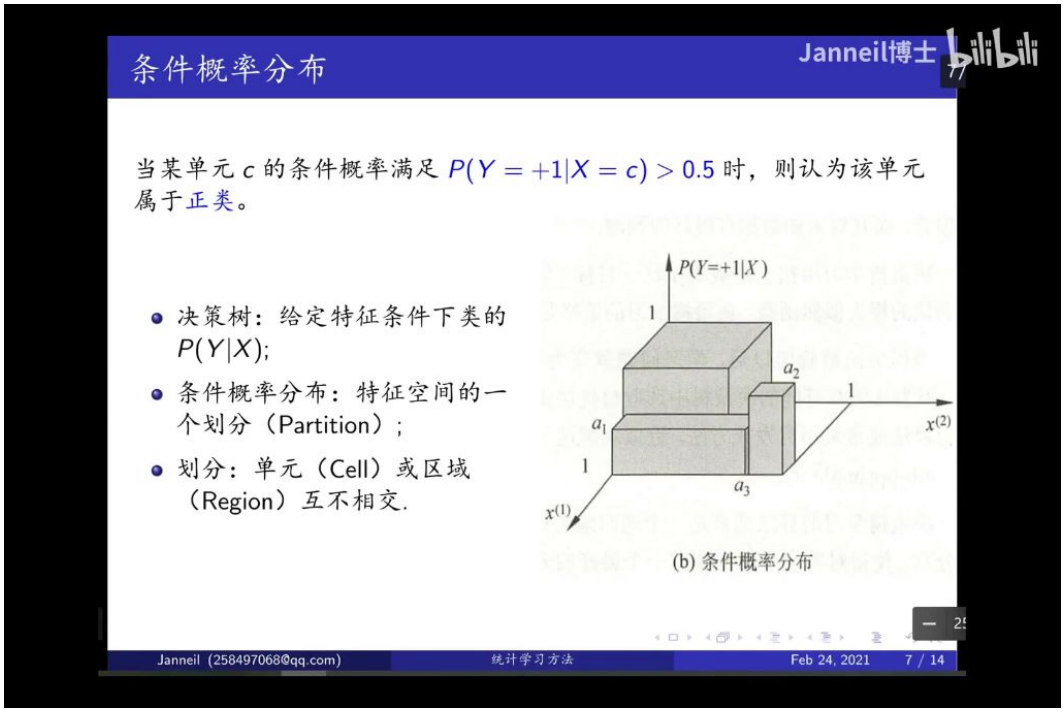


-
- **数学表示**：决策树表示给定特征X条件下类Y的条件概率分布P(Y|X)
- **变量顺序意义**：Y在前表示分类目标，X在后表示特征条件
- **本质理解**：决策树本质上是将特征空间划分为多个区域，每个区域对应一个条件概率分布

3. 特征空间划分 18:48

- **划分性质**：特征空间的划分(Partition)要求各单元(Cell)或区域(Region)互不相交
- **空间定义**：特征空间由特征向量组成，通常与输入空间相同
- **示例说明**：以二维特征$x = (x1,x2)$为例，当$x1 \in [0,1]$且$x2 \in [0,1]$时，构成单位正方形特征空间
- **与路径关系**：每个单元对应决策树中的一条路径，体现if-then规则的互斥性和完备性

4. 单元分类标准 19:24



-
- **判定规则**：当单元c满足$P(Y=+1|X=c)>0.5$时归为正类
- **概率解释**：正类概率大于负类概率即表示正类概率超过0.5
- **生活实例**：乌云密布时判断下雨概率>0.5，类比于分类决策

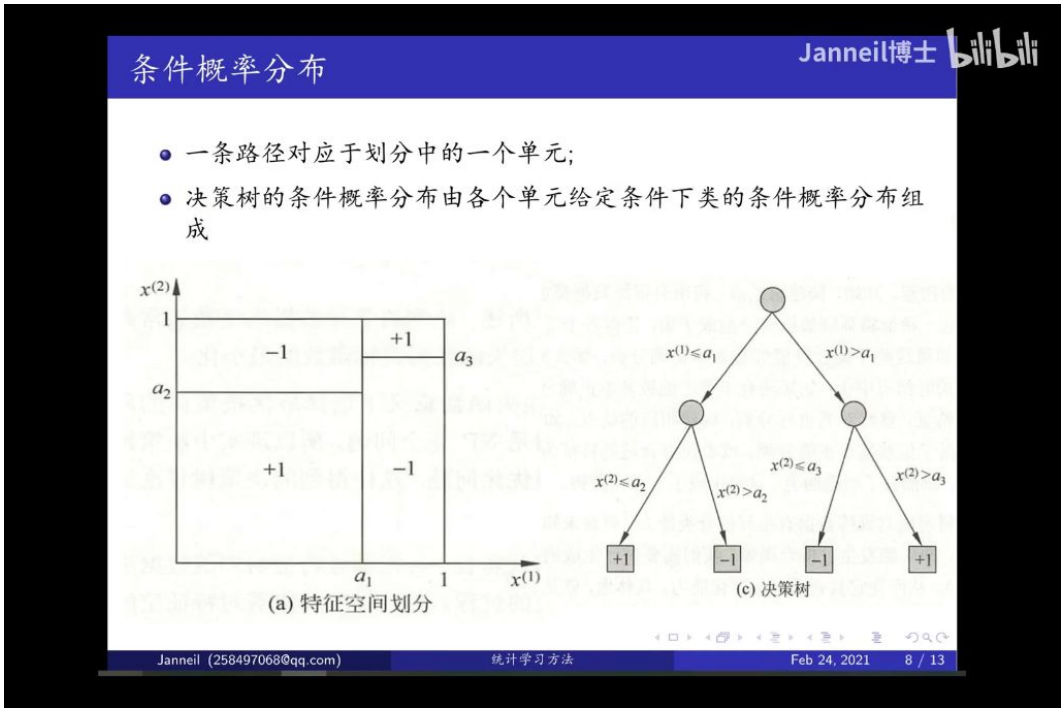
5. 正类判定条件 22:08

- **图形表示**：立体图中y=+1概率>0.5的区域对应正类
- **反例情况**：若改为y=-1概率图，原高概率区域将变为低概率区域
- **概率关系**：$P(Y=+1|X)+P(Y=-1|X)=1$，因此比较大小即可判断类别

6. 多类情况处理 25:04

- **扩展规则**：对于多分类问题，比较各类别条件概率大小
- **决策方法**：将单元归为条件概率最大的那个类别
- **示例说明**：若分为三类，则比较$P(Y=1|X=c)$、$P(Y=2|X=c)$、$P(Y=3|X=c)$的大小

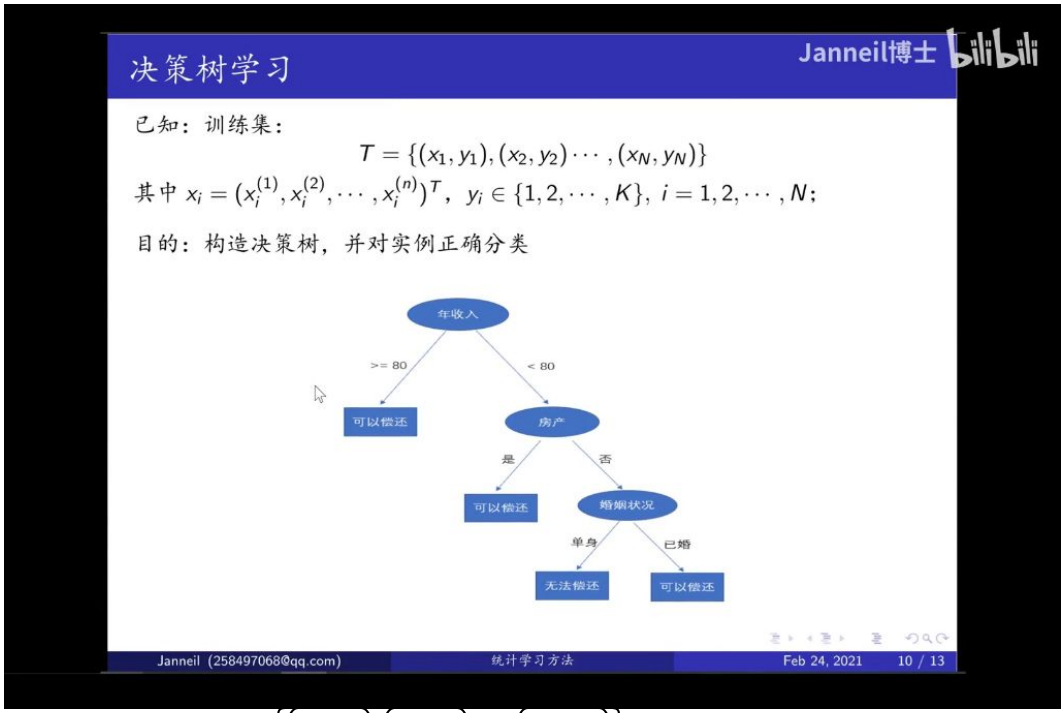
7. 路径单元对应 27:00



- **对应关系**：决策树每条路径对应特征空间的一个划分单元
- **示例解析**：路径"$x^{(1)} \le a_1$且$x^{(2)} \le a_2$"对应区域$R2$
- **整体构成**：决策树的条件概率分布由各单元的条件概率分布组成
- **双重理解**：决策树既可视为if-then规则集合，也可视为条件概率分布的表示形式

六、决策树学习 ***29:22***

1. 训练数据集 29:27

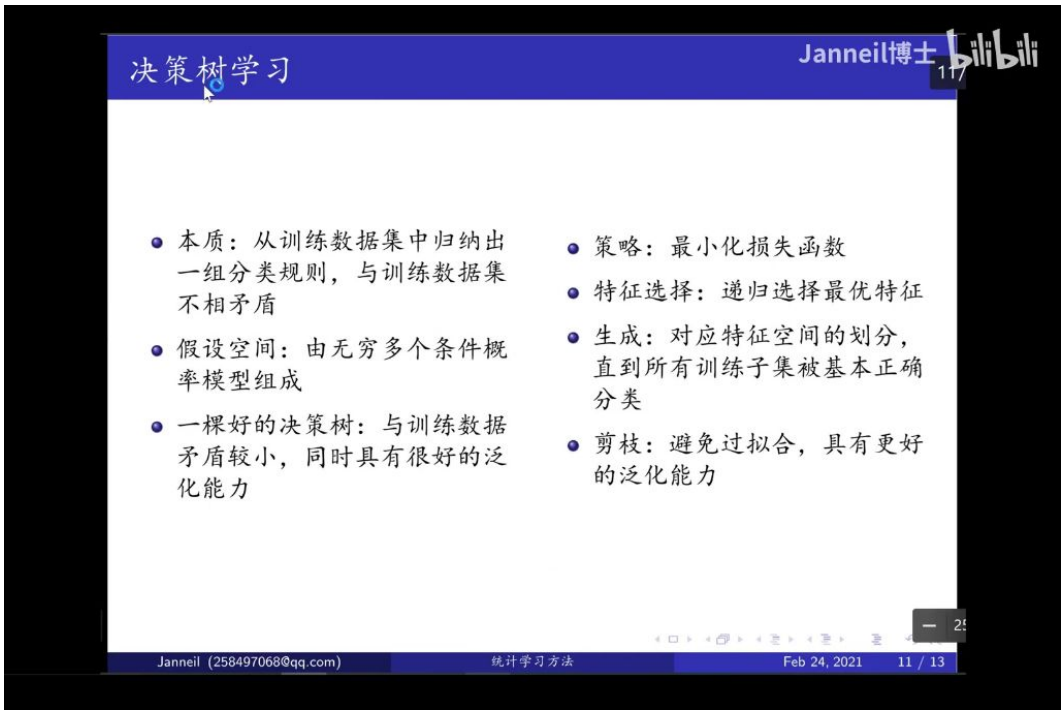


- **数据表示**：训练集$T = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \cdots, (x_N, y_N)\}$，其中每个实例$x_i$包含n个特征，输出$y_i$属于K个类别
- **学习目标**：构造决策树模型，对新实例进行正确分类。例如贷款申请案例中，通过年收入、房产、婚姻状况等特征预测能否偿还贷款。

2. 贷款申请实例 30:37

- **实例分析**：年收入75万、无房产、单身 → 决策路径：年收入<80 → 无房产 → 单身 → 最终分类为"无法偿还"
- **关键问题**：
  - 同一训练集可生成多种决策树
  - 特征选择顺序影响树结构复杂度（如优先选择"有工作"特征可使树更简单）

3. 学习策略 33:16



- **本质**：从训练数据归纳分类规则，要求与训练数据不相矛盾
- **优化目标**：最小化损失函数，平衡拟合能力与泛化能力
  - **拟合能力**：对训练数据的分类准确度
  - **泛化能力**：对未知数据的预测准确度

4. 假设空间 34:09

- **模型特点**：由无穷多个条件概率模型组成，对应不同的特征选择顺序和树结构

5. 特征选择 35:04

- **递归选择**：通过信息增益等准则递归选择最优划分特征

6. 停止条件 35:41

- **终止标准**：当所有训练子集被基本正确分类时停止，允许少量错误以避免过拟合

7. 剪枝方法 36:16

- **预剪枝**：类似果树修剪，在生长过程中控制树高（如限制深度）
- **后剪枝**：类似园艺修剪，在树生成后修剪特定分支
- **目的**：提高模型泛化能力，防止过拟合

七、特征选择 ***37:46***

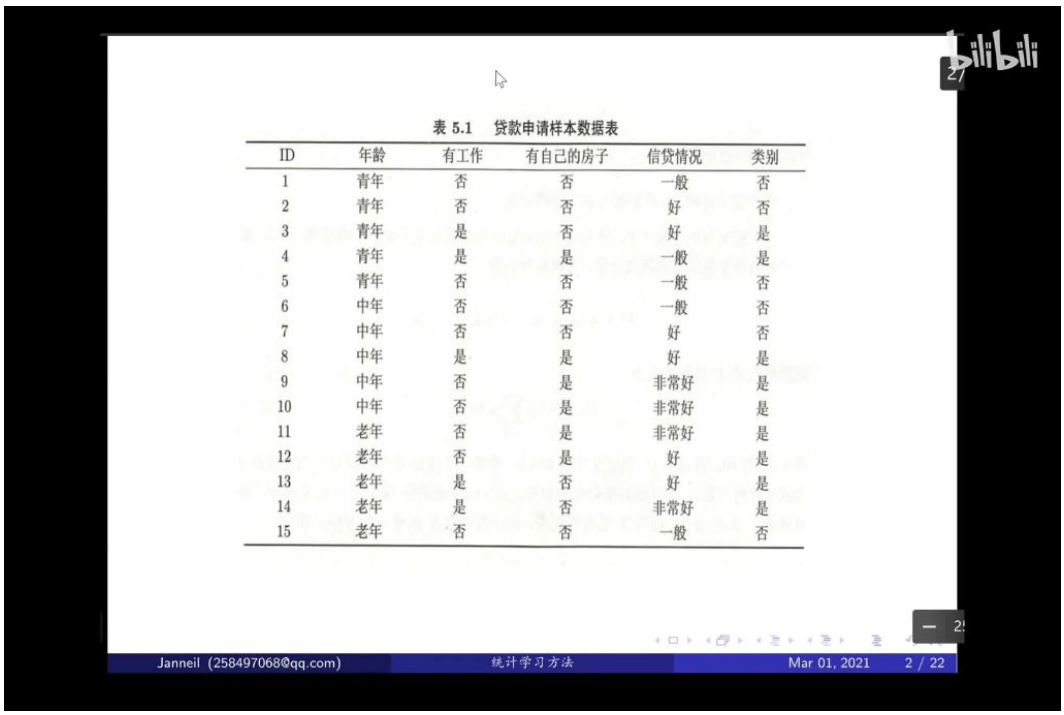
1. 选择问题 37:52

- **核心问题**：如何确定特征选择顺序使决策树最优

2. 最优特征选择 38:08

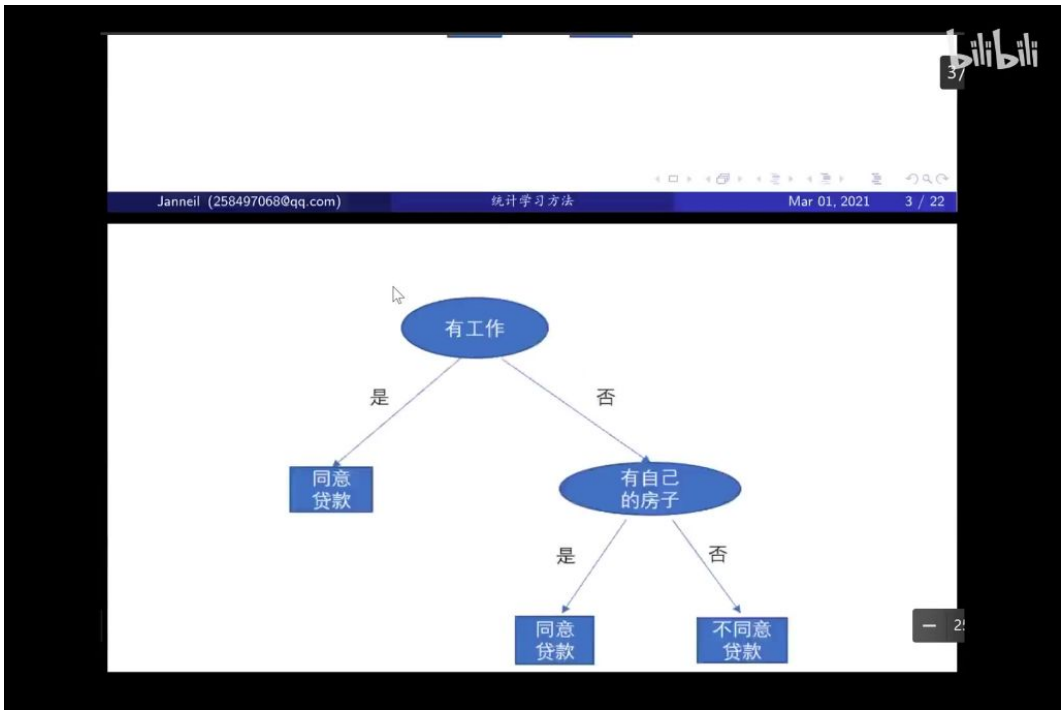
- **评价标准**：需要量化指标（如信息增益）评估特征重要性

3. 贷款数据实例 39:50



- **数据集**：15个样本，4个特征（年龄、工作、房产、信贷），2个类别（是否同意贷款）
- **决策树对比**：
  - 以"年龄"为根节点：生成较复杂的三分支树
  - 以"有工作"为根节点：生成较简单的二分支树

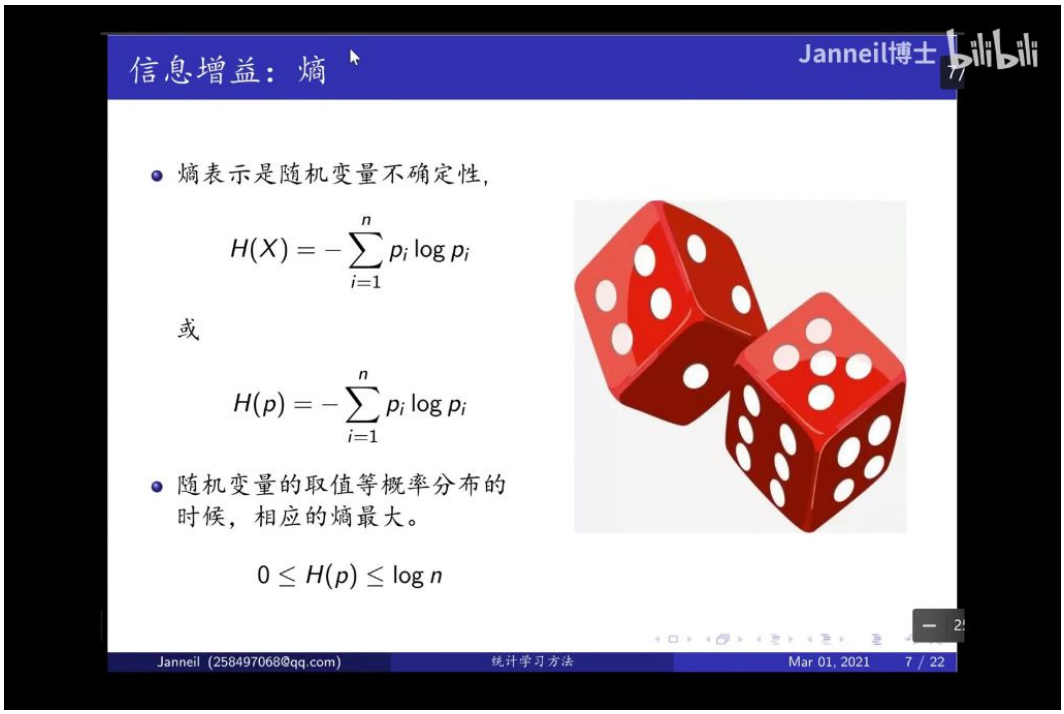
4. 特征选择必要性 41:51



- **关键发现**：不同特征作为根节点会导致决策树复杂度显著差异，因此需要科学的选择方法

八、信息增益 ***42:03***

1. 熵定义 42:15



- **数学表达**：$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i log p_i$，表示随机变量的不确定性
- **取值范围**：$0 \leq H(p) \leq logn$，当分布均匀时熵最大

2. 熵性质 43:02

- **最大熵**：当随机变量取值等概率时熵最大（如公平骰子的熵为$log_2 6$）
- **最小熵**：当结果确定时熵为0（如特异功能控制骰子点数）

3. 熵计算实例 45:01

- **二值变量**：设$P(X = 1) = p$，则$H(p) = -plogp - (1-p)log(1-p)$
- **极值证明**：通过求导可得$p = 0.5$时熵最大为1

4. 条件熵 48:05

- **定义**：已知随机变量X时Y的不确定性，$H(Y|X) = \sum p_i H(Y|X = x_i)$

5. 经验熵 49:05

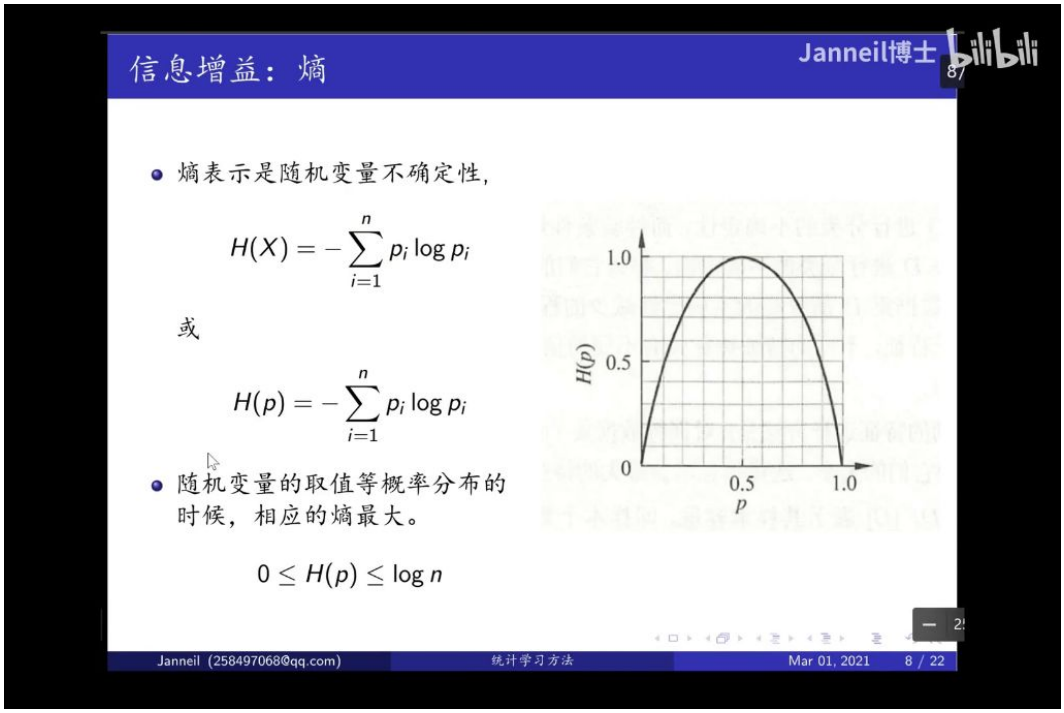
- **区别**：基于训练数据计算的熵称为经验熵，区别于真实分布的熵

6. 信息增益计算 50:54

- **计算步骤**：
  - 计算数据集的经验熵H(D)
  - 计算特征A条件下的经验条件熵H(D|A)
  - 信息增益$g(D,A) = H(D) - H(D|A)$
- **选择准则**：信息增益越大表示特征带来的确定性提升越多，应优先选择

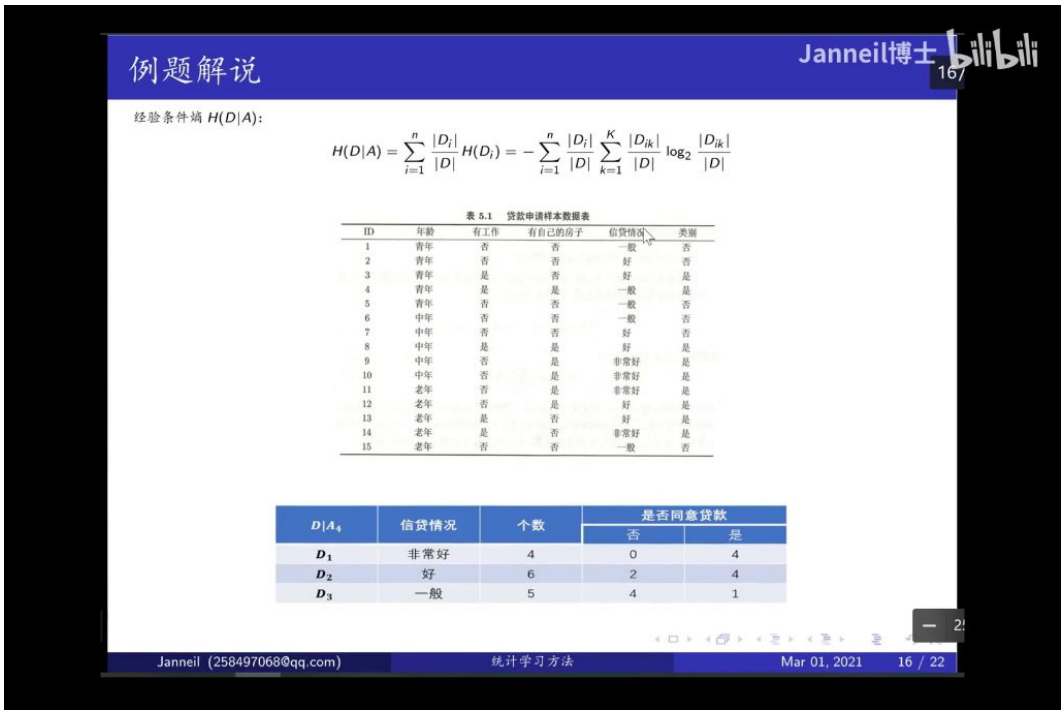
九、例题解说 51:58

1. 贷款数据表 52:00



-
- **熵的定义**：$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i log p_i$，表示随机变量的不确定性
- **最大熵条件**：当随机变量取值等概率分布时熵最大，范围满足$0 \le H(p) \le logn$
- **初始熵计算**：
  - 数据集包含15个样本（6个不同意贷款，9个同意贷款）
  - 经验熵$H(D) = -\frac{6}{15} log_2 \frac{6}{15} - \frac{9}{15} log_2 \frac{9}{15} = 0.971$

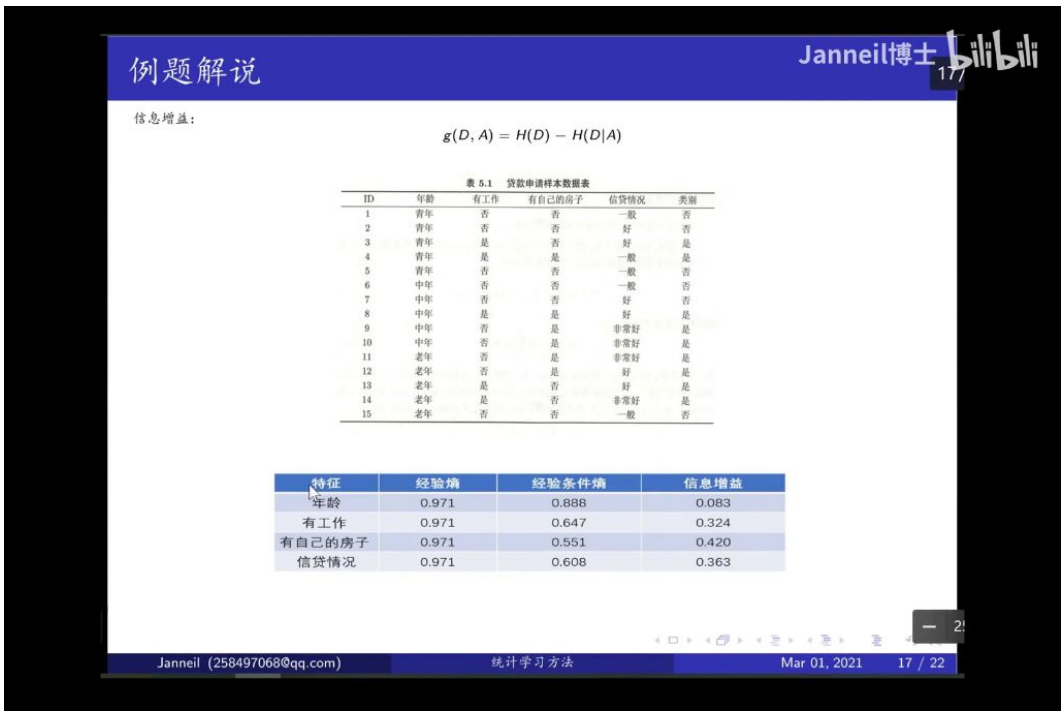
2. 条件熵计算 53:46



-

- **条件熵公式**：$H(D|A) = \sum_{i=1}^{n} \frac{|D_i|}{|D|} H(D_i)$
- **年龄特征计算**：
  - 划分为青年(5)、中年(5)、老年(5)三个子集
  - 青年子集：3否/2是 $\rightarrow H(D_1) = -\frac{3}{5}log\frac{3}{5} - \frac{2}{5}log\frac{2}{5}$
  - 中年子集：2否/3是 → 类似计算
  - 老年子集：1否/4是 → 类似计算
  - 加权和得$H(D|年龄) = 0.888$
- **有工作特征**：
  - 划分为有工作(5)、无工作(10)
  - 有工作子集全为"是" $\rightarrow H(D_1) = 0$
  - 无工作子集：6否/4是 → 计算得$H(D_2)$
  - 最终$H(D|有工作) = 0.647$
- **有房子特征**：
  - 有房子(6)全为"是" $\rightarrow H(D_1) = 0$
  - 无房子(9)：3否/6是 → 计算$H(D_2)$
  - 最终$H(D|有房子) = 0.551$
- **信贷情况特征**：
  - 划分为非常好(4)、好(6)、一般(5)
  - 非常好子集全为"是" $\rightarrow H(D_1) = 0$
  - 好子集：2否/4是 → 计算$H(D_2)$
  - 一般子集：4否/1是 → 计算$H(D_3)$
  - 最终$H(D|信贷) = 0.608$

3. 信息增益结果 59:41



- **计算公式**：$g(D,A) = H(D) - H(D|A)$
- **各特征增益**：
  - 年龄：0.971-0.888=0.083
  - 有工作：0.971-0.647=0.324

- 有房子：0.971-0.551=0.420
- 信贷：0.971-0.608=0.363

- **最优特征**：有自己房子（增益最大0.420）

4. 信贷情况分析 01:05:02

- **取值个数影响**：信贷情况有3个取值（非常好/好/一般），有工作仅2个取值
- **潜在偏差**：信息增益可能偏好取值多的特征（信贷0.363 > 有工作0.324）

十、信息增益比 01:09:59

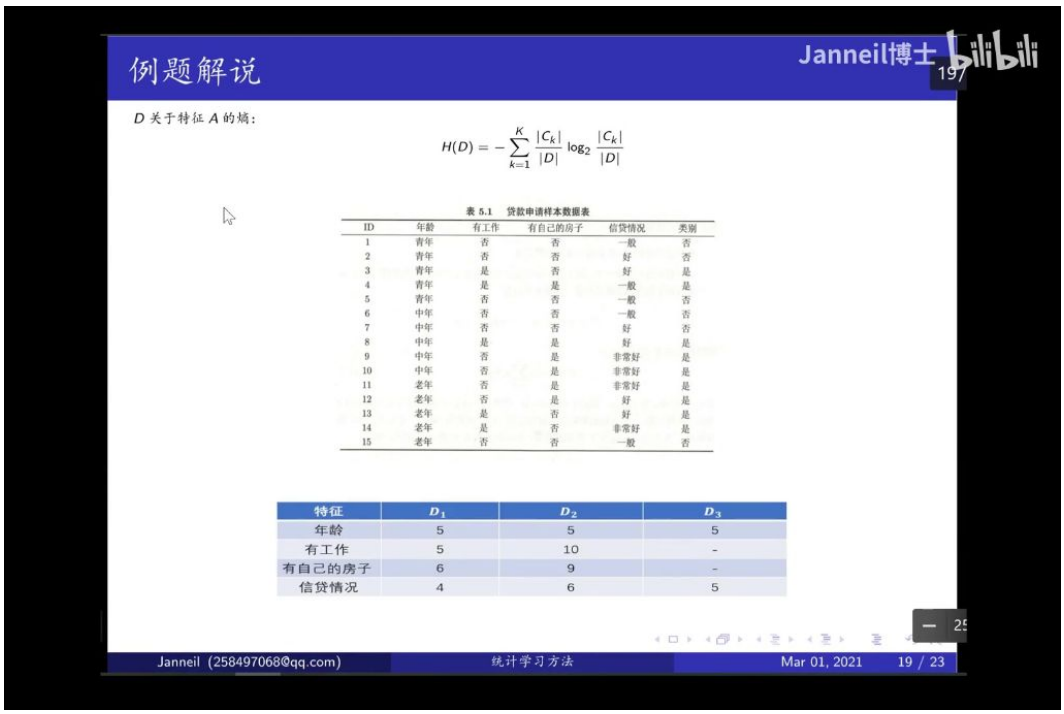
1. 取值个数影响 01:10:05

- **问题发现**：信息增益倾向选择取值多的特征（如信贷情况）
- **实例对比**：信贷情况增益(0.363) > 有工作增益(0.324)

2. 惩罚项引入 01:11:52

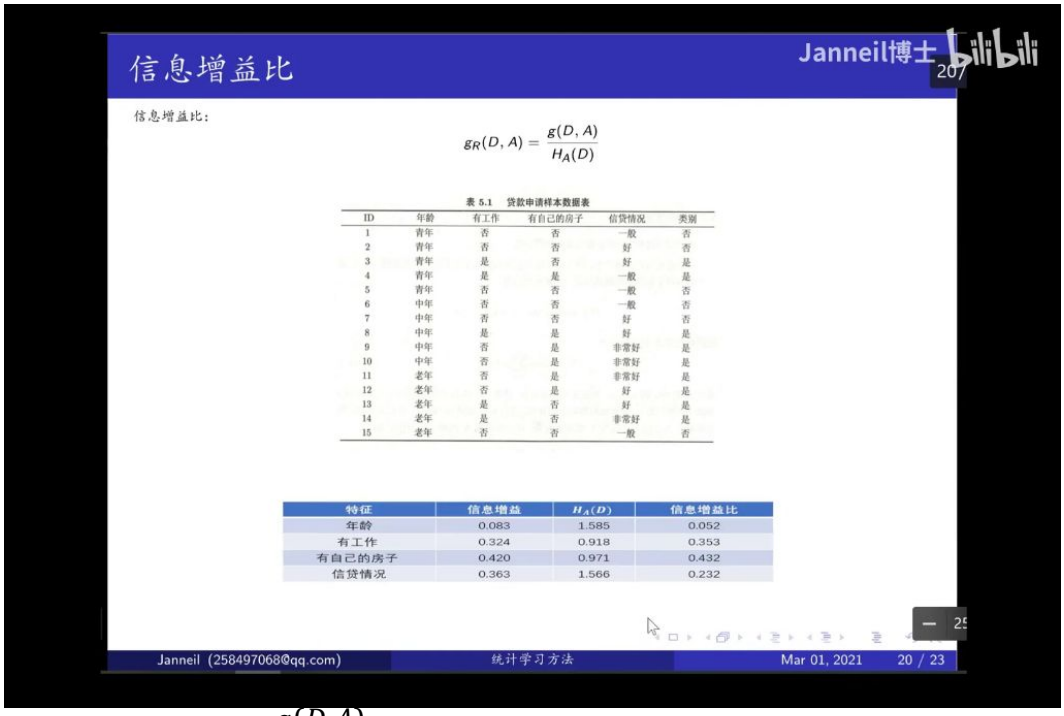
- **解决思路**：引入特征熵$H_A(D)$作为惩罚项
- **类比解释**：类似夏普比率（单位风险收益）

3. 特征熵计算 01:13:31



- **年龄特征熵**：
  - 三个等概率子集 $\rightarrow H_{年龄}(D) = -\frac{5}{15}log\frac{5}{15} \times 3 = 1.585$
- **有工作特征熵**：
  - 两个子集(5,10) $\rightarrow H_{有工作}(D) = 0.918$
- **有房子特征熵**：
  - 两个子集(6,9) $\rightarrow H_{有房子}(D) = 0.971$
- **信贷特征熵**：
  - 三个子集(4,6,5) $\rightarrow H_{信贷}(D) = 1.566$

4. 信息增益比计算 01:16:31



-
- **计算公式**：$g_R(D,A)=\frac{g(D,A)}{H_A(D)}$
- **计算结果**：
  - 年龄：0.083/1.585=0.052
  - 有工作：0.324/0.918=0.353
  - 有房子：0.420/0.971=0.432
  - 信贷：0.363/1.566=0.232

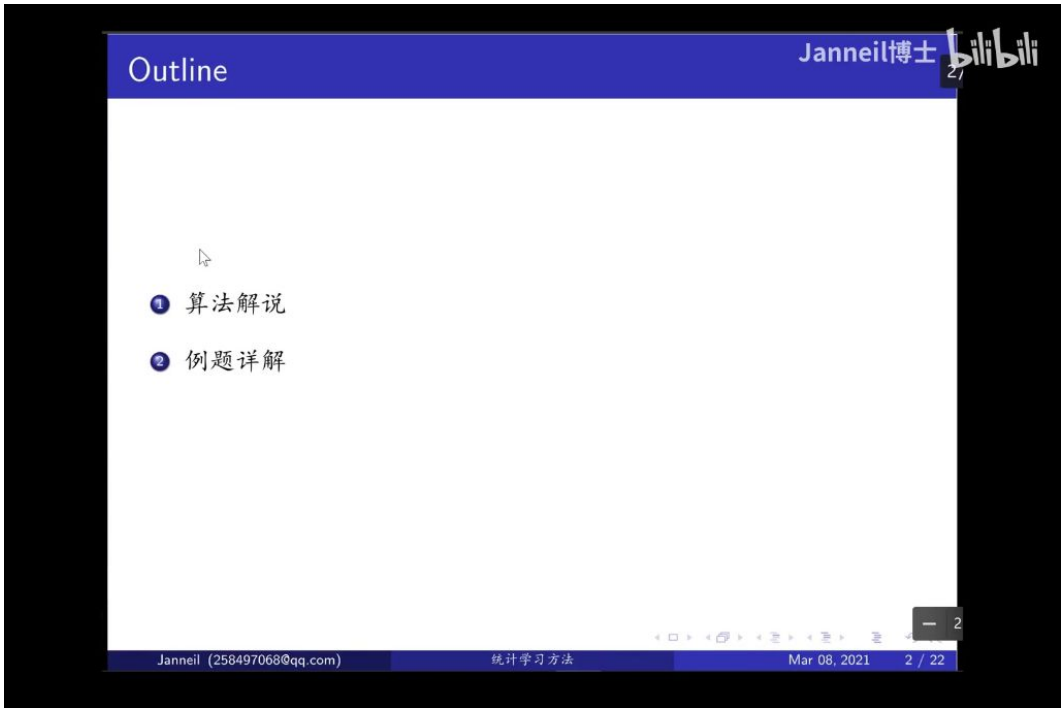
5. 特征选择比较 01:20:09

- **指标对比**：
  - 信息增益：有房子(0.420) > 信贷(0.363) > 有工作(0.324)
  - 信息增益比：有房子(0.432) > 有工作(0.353) > 信贷(0.232)
- **指标特点**：
  - 信息增益：倾向取值多的特征
  - 信息增益比：倾向取值少的特征
- **实际选择**：本例中两种方法均选择"有房子"为最优特征

十一、决策树算法 01:20:47

1. 决策树生成算法 01:20:50

1）决策树生成步骤 01:20:52



-
- **基础概念**：决策树是通过递归地选择最优特征对数据集进行划分的树形结构
- **核心步骤**：特征选择→树生成→剪枝（本节课重点讲解前两个步骤）

2）CLS算法 01:21:09

- **历史地位**：1966年由Hunt提出的最早决策树算法，是其他算法的基础
- **主要缺陷**：未明确给出特征选择方法，导致实际应用受限
- **算法演进**：后续被ID3、C4.5等改进算法取代

3）ID3算法 01:21:47

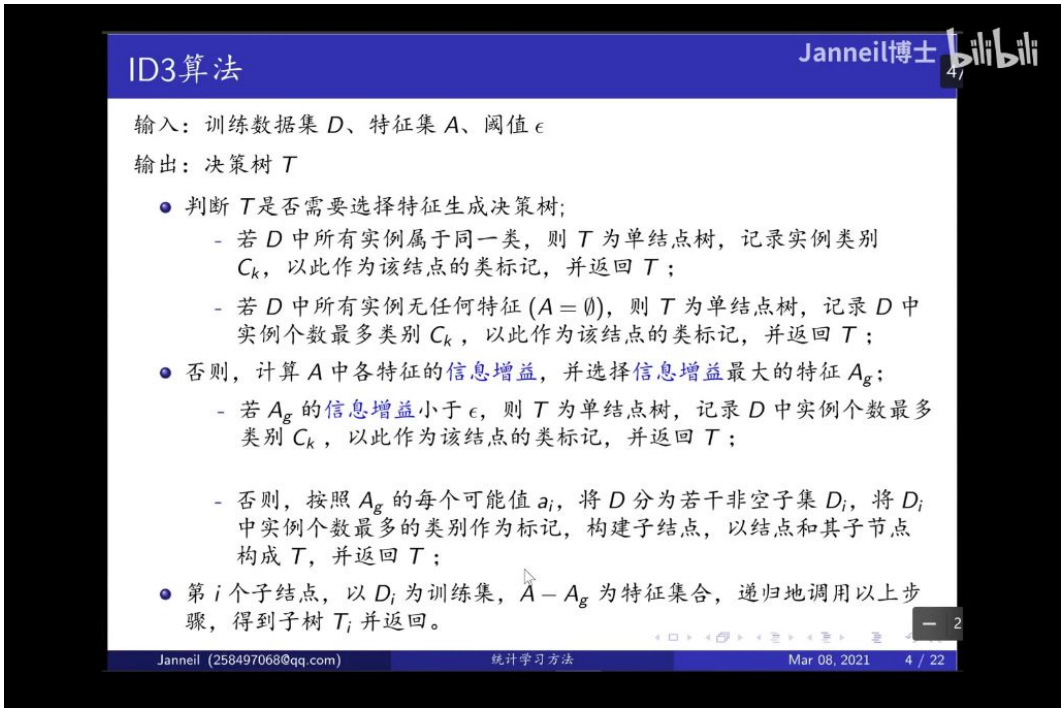
- **提出时间**：1986年由Quinlan提出
- **核心改进**：明确使用信息增益作为特征选择标准
- **典型应用**：适合处理离散型特征数据

4）C4.5算法 01:22:10

- **提出时间**：1993年由Quinlan提出
- **算法地位**：2006年被国际数据挖掘大会票选为十大算法之首
- **主要改进**：将信息增益改为信息增益比，解决特征选择偏差问题

2. ID3算法详解 01:22:54

1）算法输入输出 01:23:01



- **输入要素**：
  - 训练数据集D
  - 特征集A
  - 阈值ϵ（人为设定）
- **输出结果**：决策树T

2）算法步骤解析 01:23:49

- **递归终止条件**：
  - 所有实例属于同一类C_k时，生成单节点树
  - 特征集$A = \emptyset$时，选择实例最多的类C_k作为节点标记
- **核心操作**：计算各特征信息增益，选择最大增益特征A_g

3）单节点树条件 01:24:53

- **两种情况**：
  - 实例完全同质（如10天天气数据都是晴天）
  - 无可用特征（如只有天气类别无温湿度等特征数据）
- **标记方法**：选择出现频率最高的类别C_k作为节点标记

4）特征选择过程 01:28:28

- **阈值判断**：当A_g的信息增益 < ϵ时仍生成单节点树
- **子树生成**：
  - 按A_g的取值α_i将D划分为子集D_i
  - 以D_i为训练集，A - A_g为特征集递归调用
- **终止条件**：所有特征信息增益 < ϵ或特征用完

3. C4.5算法详解 01:34:53

1）信息增益比 01:35:03

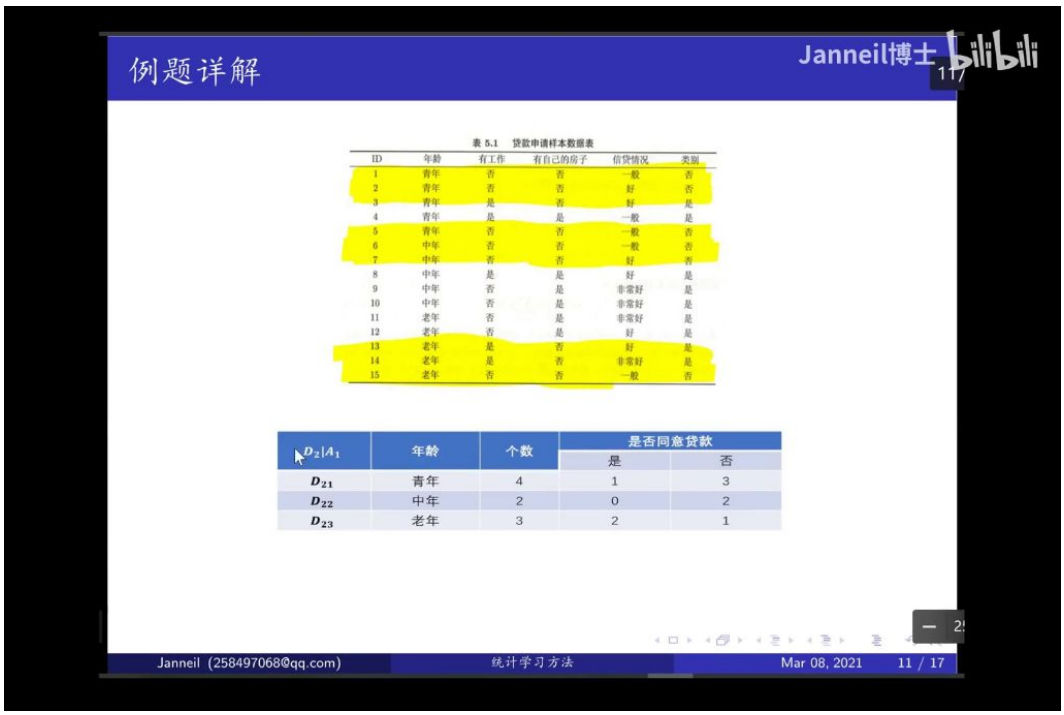
- **改进原理**：用信息增益比替代信息增益，解决偏向多值特征的问题
- **处理能力**：可同时处理离散型和连续型特征
- **计算特点**：相比ID3需要更多排序和扫描操作

2）算法优缺点 01:35:43

- **优势**:
  - 继承ID3易解释性
  - 特征选择更合理
  - 支持连续变量处理
- **缺陷**:
  - 信息增益比计算复杂
  - 大数据量时效率低下
  - 需要多次数据扫描和排序

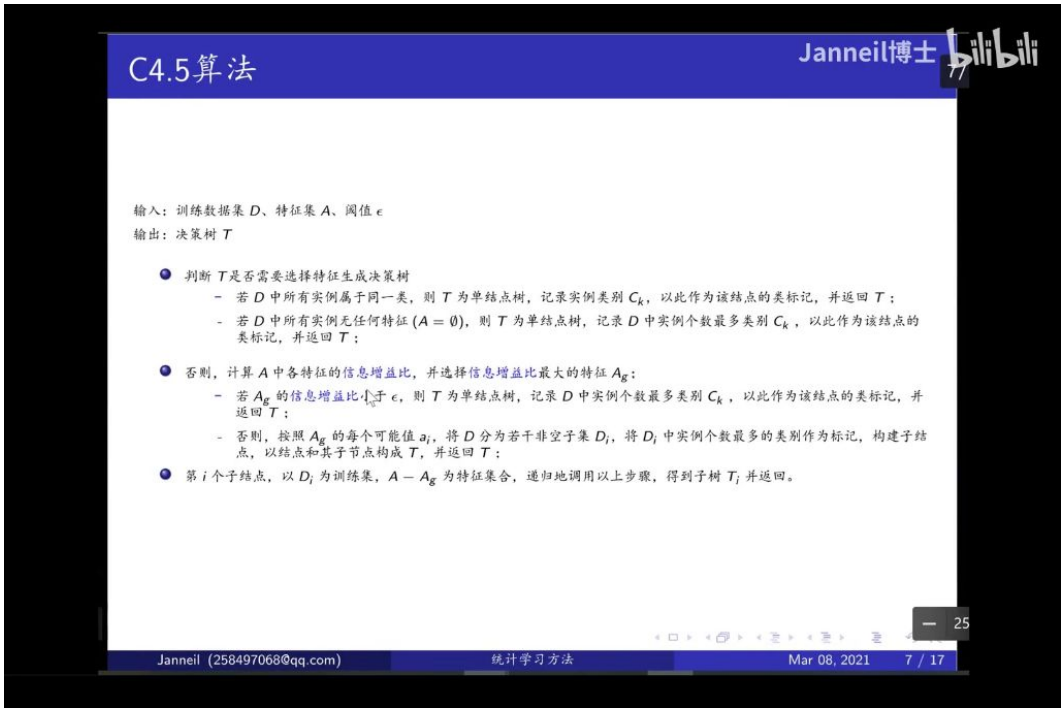
4. 例题:贷款申请决策树 01:37:03

1）数据集说明 01:37:47



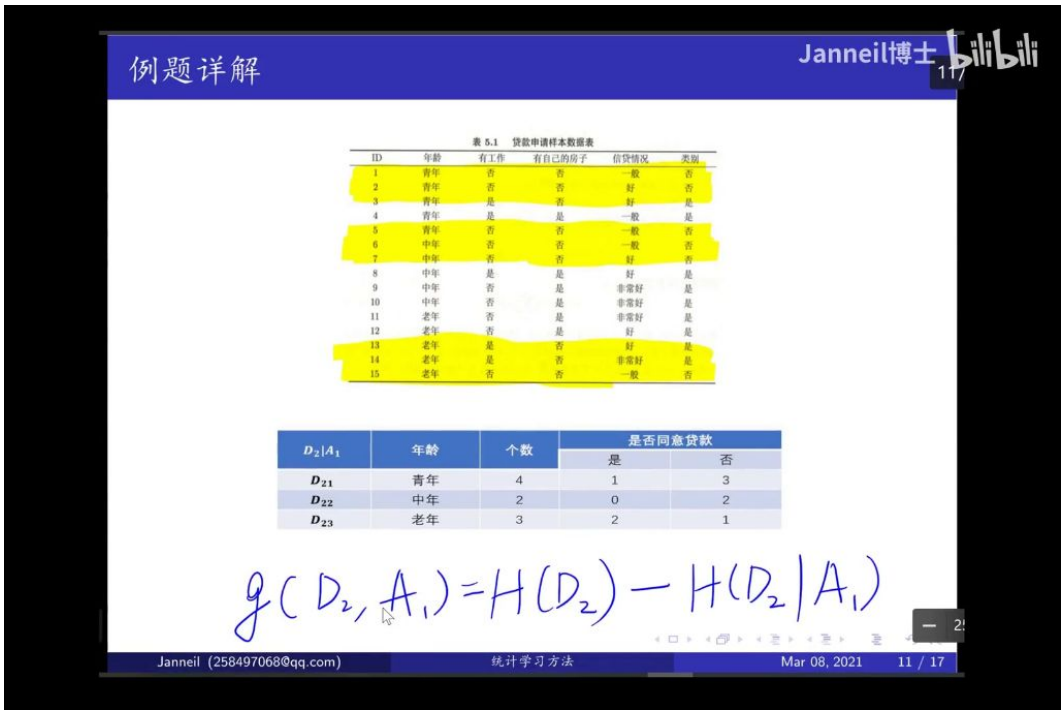
- **数据特征**：包含15个样本，9个同意贷款，6个不同意贷款
- **特征集合**：包含4个特征（年龄、有工作、有自己的房子、信贷情况）
- **初始判断**:
  - 实例不属于同一类（既有同意又有不同意贷款）
  - 特征集非空（$A \neq \emptyset$）
  - 不满足单结点树生成条件

2）决策树绘制 01:39:07



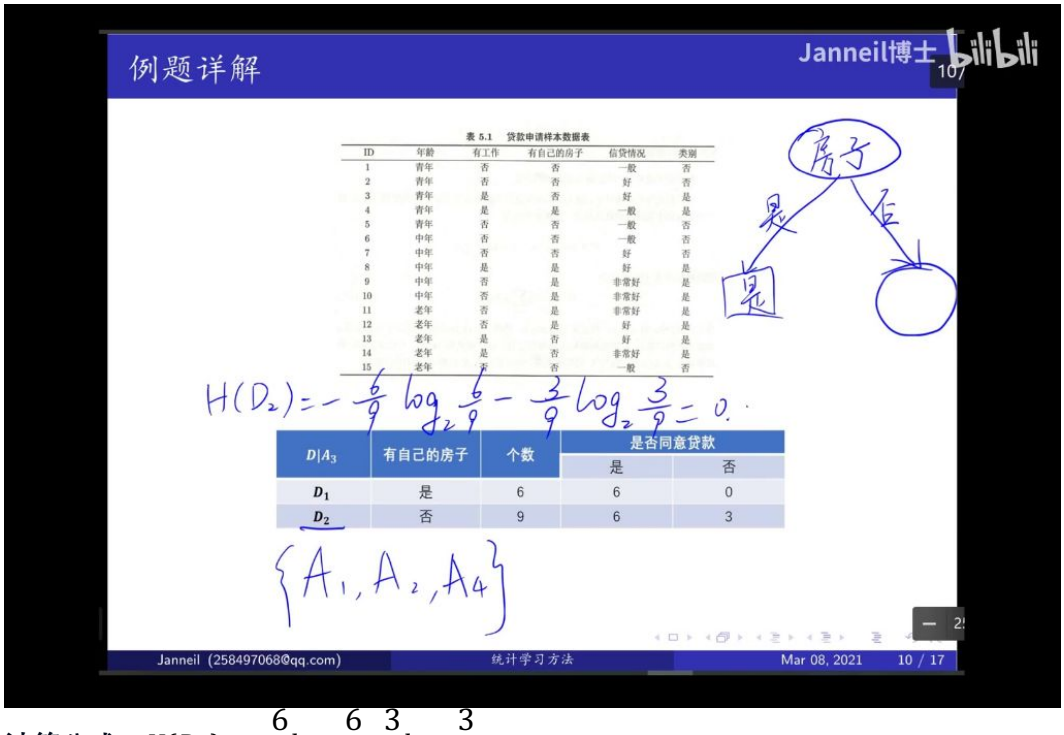
- **根节点选择**：信息增益最大的特征"有自己的房子"
  - 当"有自己的房子=是"时，全部样本同意贷款
  - 当"有自己的房子=否"时，样本包含6同意3不同意
- **递归构建**：对"无自己房子"的子集D_2继续划分

3）信息增益计算 01:41:23



- **计算公式**：$g(D_2,A_1) = H(D_2) - H(D_2|A_1)$
- **特征选择**：
  - 剩余特征集：$\{A_1$(年龄),A_2(有工作),A_4(信贷情况)$\}$
  - 计算各特征的信息增益

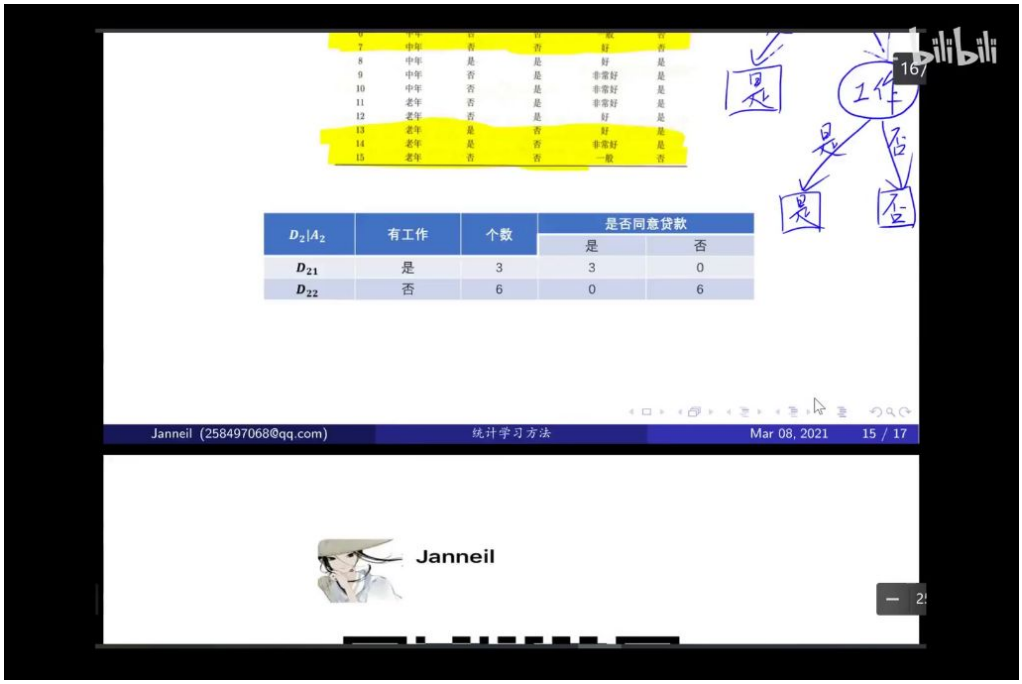
4）经验熵计算 01:44:19



-
- **计算公式**：$H(D_2) = -\frac{6}{9}log_2\frac{6}{9} - \frac{3}{9}log_2\frac{3}{9}$
- **计算结果**：0.918
- **子集分布**：
  - 同意贷款：6个
  - 不同意贷款：3个

5）条件熵计算 01:45:49

- 年龄特征
  - **划分情况**：
    - 青年：4个（1同意3不同意）
    - 中年：2个（0同意2不同意）
    - 老年：3个（2同意1不同意）
  - **计算公式**：$H(D_2|A_1) = \sum\frac{|D_{2i}|}{9}H(D_{2i})$
  - **计算结果**：0.667
- 工作特征 01:50:48



- **划分情况**：
  - 有工作：3个（全部同意）
  - 无工作：6个（全部不同意）
- **特殊性质**：条件熵为0（子集纯度100%）

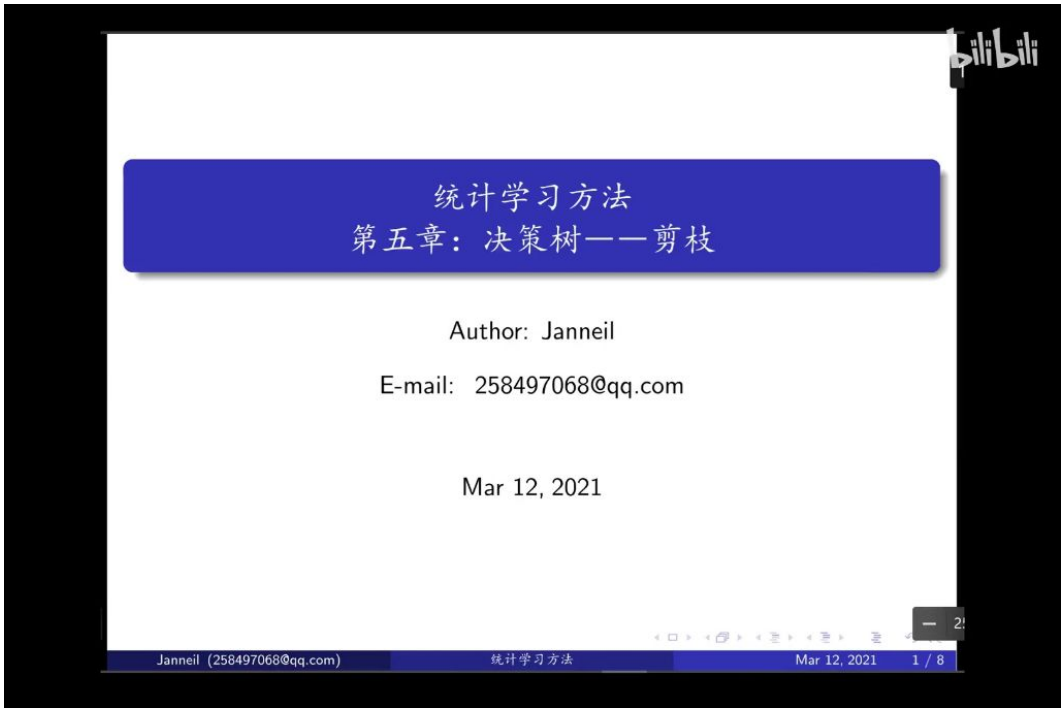
- 信贷特征
  - **划分情况**：
    - 非常好：1个（1同意0不同意）
    - 好：4个（2同意2不同意）
    - 一般：4个（0同意4不同意）
  - **计算结果**：0.444

6）决策树生成

- **特征选择**：
  - 选择信息增益最大的"有工作"特征
  - 当"有工作=是"时全部同意贷款
  - 当"有工作=否"时全部不同意贷款
- **终止条件**：所有子节点纯度达到100%
- **最终结构**：
  - 第一层：有自己的房子
  - 第二层：有工作
  - 共使用2个特征完成分类
- **算法对比**：
  - ID3算法使用信息增益
  - C4.5算法使用信息增益比（建议课后练习）

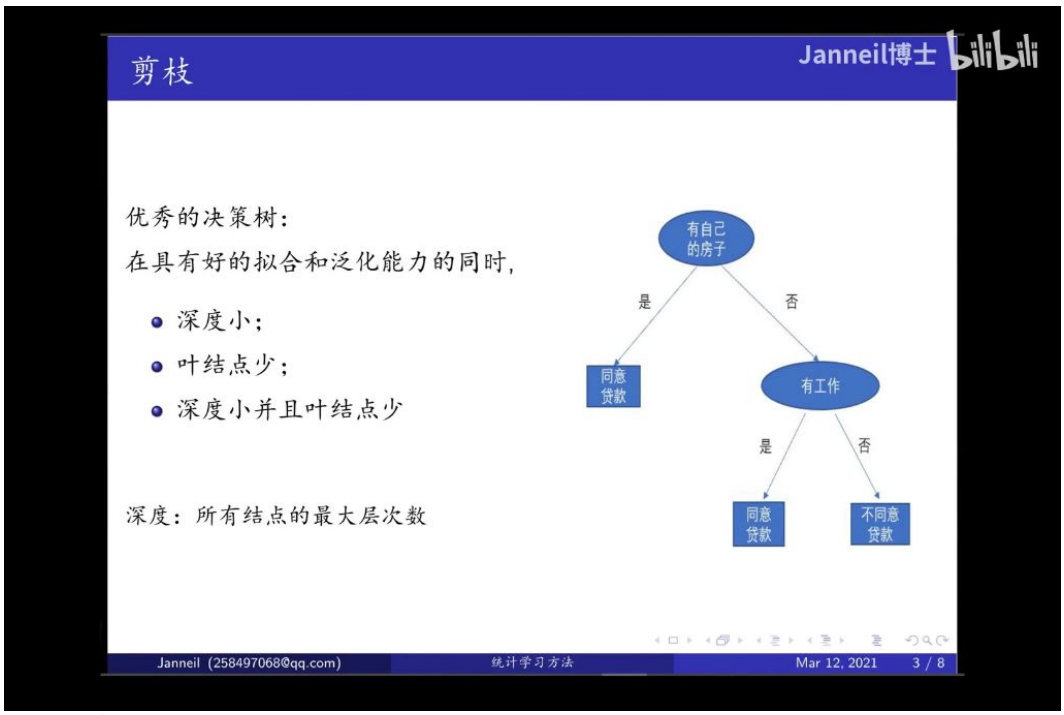
十二、决策树剪枝 ***01:53:52***

1. 剪枝目的 01:53:56



- **类比解释**：决策树剪枝与植树节移植树苗的原理相似，关键在于通过适当修剪使结构更合理
- **核心目的**：处理决策树的过拟合问题，通过人工干预使树形结构更适应决策需求（类比仿生学中飞机机翼借鉴鸟类但加入人工改进）

2. 优秀决策树标准 01:56:51

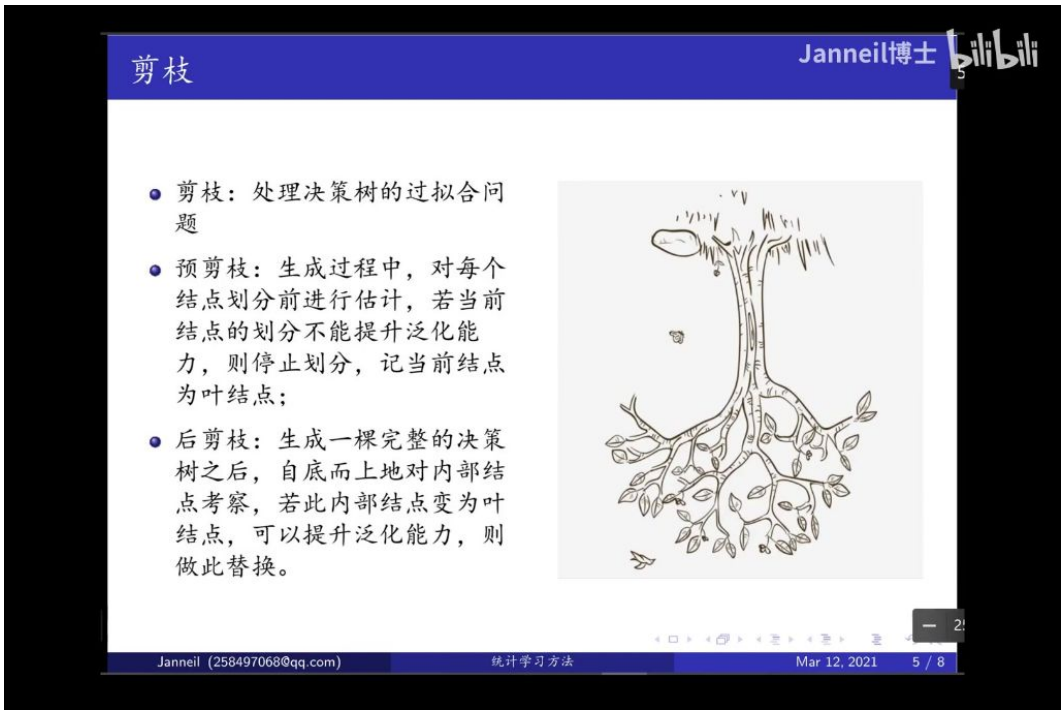


- **能力维度**：
  - **拟合能力**：对训练数据的解释能力（对应训练误差）
  - **泛化能力**：对未知数据的预测能力（对应测试误差）
- **结构维度**：
  - **深度**：所有结点的最大层次数（类比楼房层数）
  - **叶结点数**：终端节点数量（反映树的宽度）

- **理想状态**：同时满足深度小且叶结点少（$depth\downarrow \cap leaves\downarrow$）
- **过拟合表现**：训练误差低但测试误差高，通常伴随深度过大或叶结点过多
- **欠拟合表现**：训练误差和测试误差都较高，结构过于简单

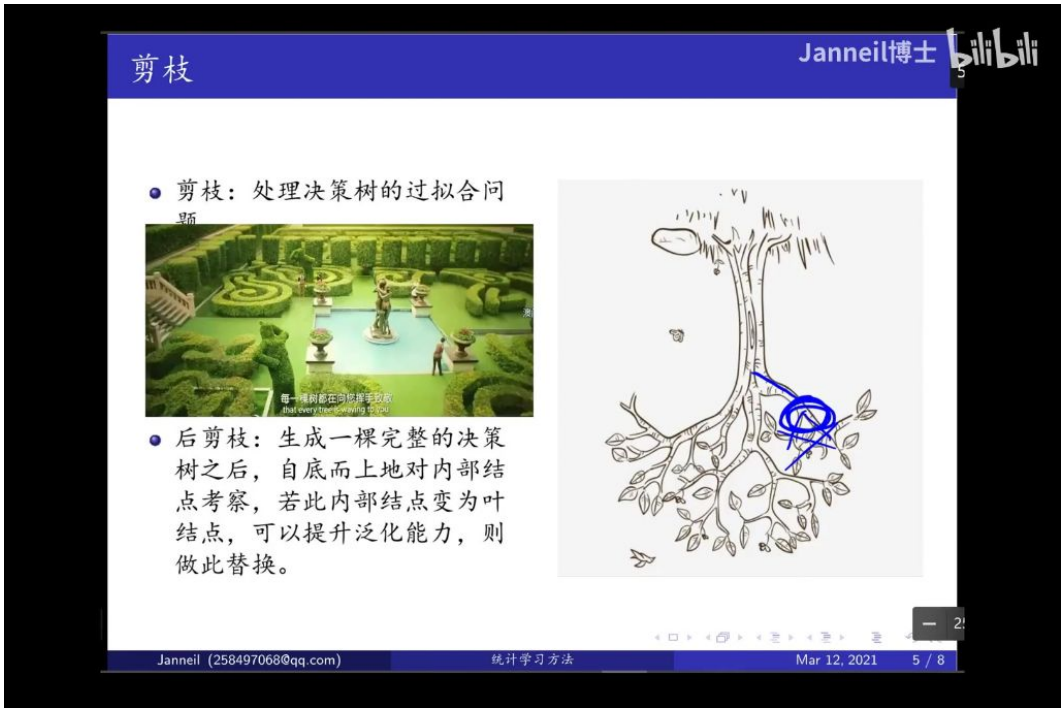
3. 剪枝分类 01:54:26

1）预剪枝



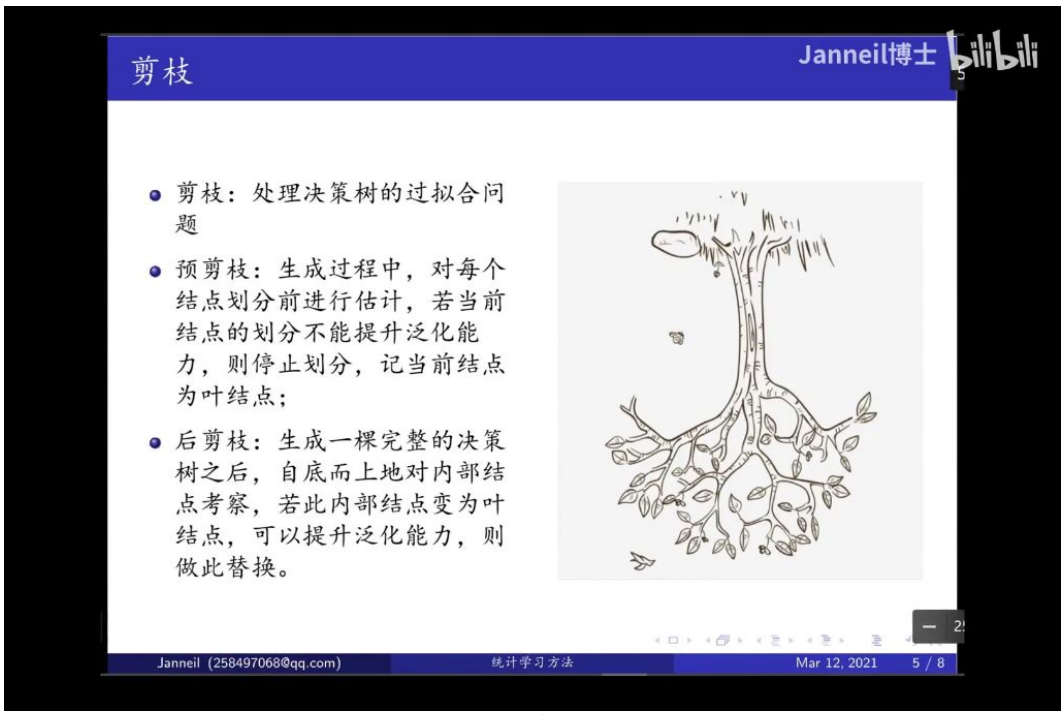
- **时机**：决策树生成过程中（类比果树结果前的修剪）
- **执行逻辑**：
  - 对每个结点划分前进行泛化能力估计
  - 若划分不能提升泛化能力，则停止划分并将当前结点标记为叶结点
- **特点**：类似"防患于未然"的修剪策略

2）后剪枝



- **时机**：完整决策树生成后（类比电影《西虹市首富》中果树造型修剪）
- **执行逻辑**：
  - 自底向上考察内部结点
  - 若将内部结点变为叶结点能提升泛化能力，则进行替换
- **特点**：类似"事后优化"的修剪策略

4. 剪枝与过拟合关系 02:04:35



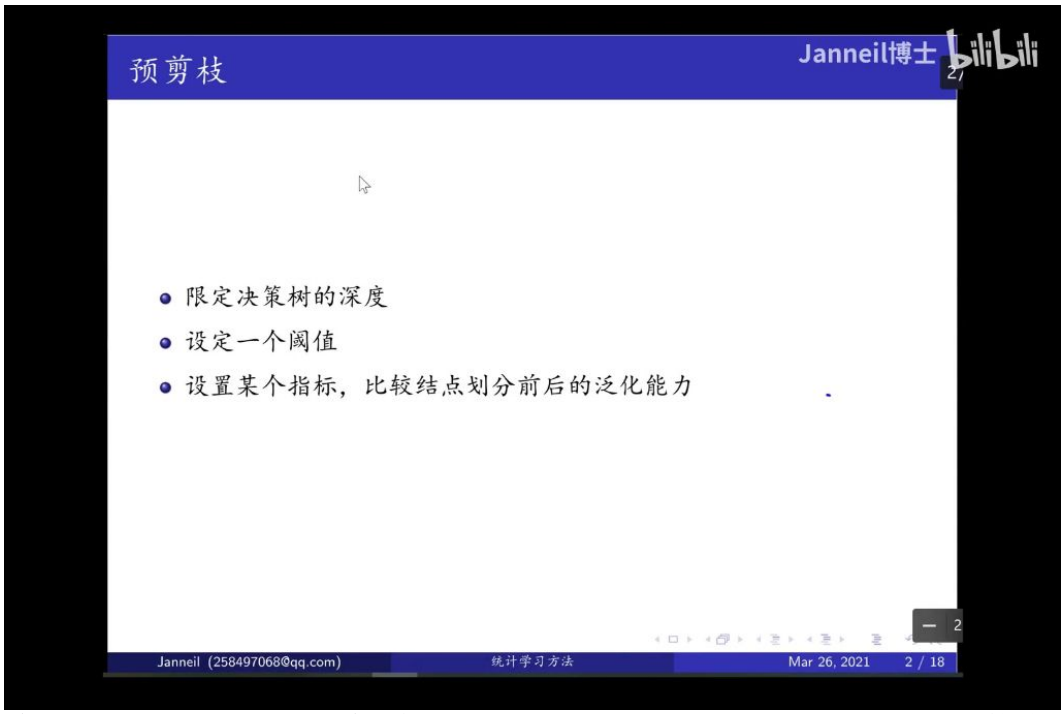
- **过拟合成因**：决策树生成时过度追求训练数据拟合，导致结构复杂化
- **剪枝作用**：
  - 通过限制树的深度和叶结点数量控制模型复杂度
  - 在拟合能力和泛化能力之间取得平衡
- **实现方式**：

- 预剪枝：提前阻止不必要的分支生长
- 后剪枝：对已生成的复杂分支进行修剪

十三、预剪枝详解 02:08:28

1. 预剪枝方法 02:08:36

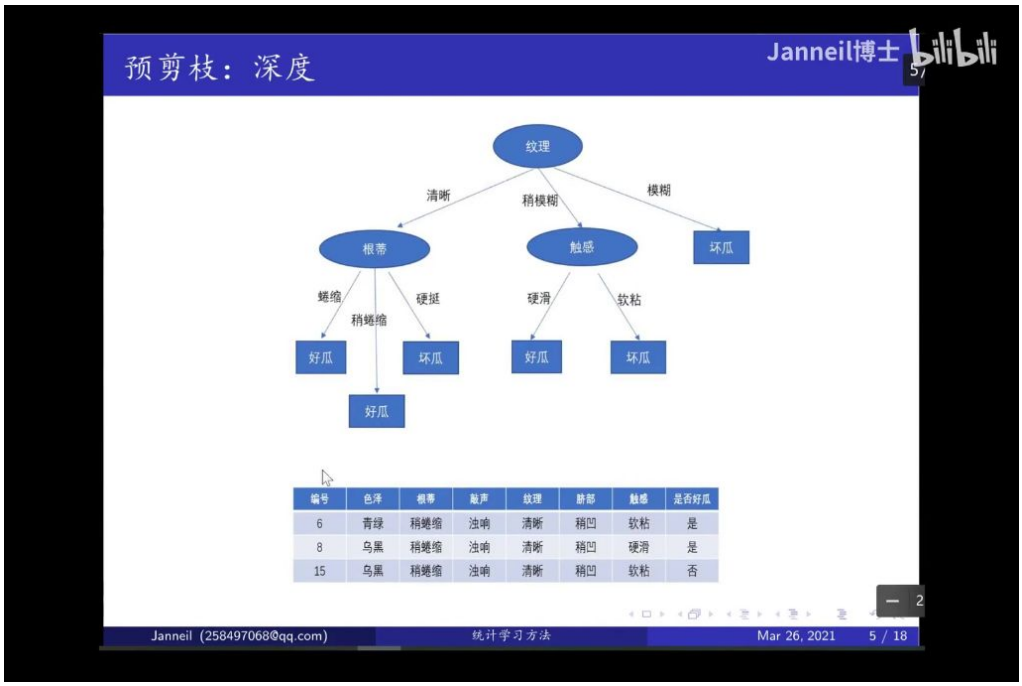
1）限定决策树深度 02:08:43



- **控制原理**：通过限制树的高度来简化模型结构，类比四层楼房比99层楼房结构更简单
- **实现方式**：在训练时预设最大深度参数，当达到指定层数时停止分裂
- **效果影响**：深度越小模型越简单，可能欠拟合；深度越大模型越复杂，可能过拟合
- 西瓜数据集案例

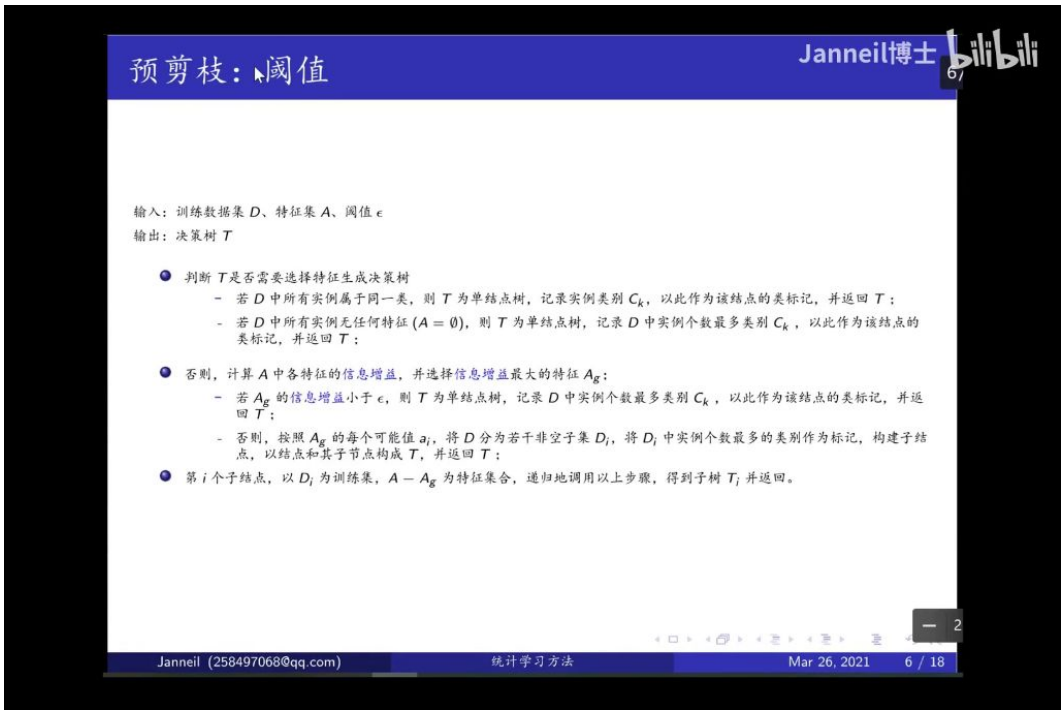
- **数据特征**：包含17个样本，6个特征变量（色泽、根蒂等）和1个二分类输出变量（是否好瓜）
- **决策树构建**：通过信息增益生成的完整决策树深度为4层（从第0层根节点到第4层叶节点）

- 深度限制实践



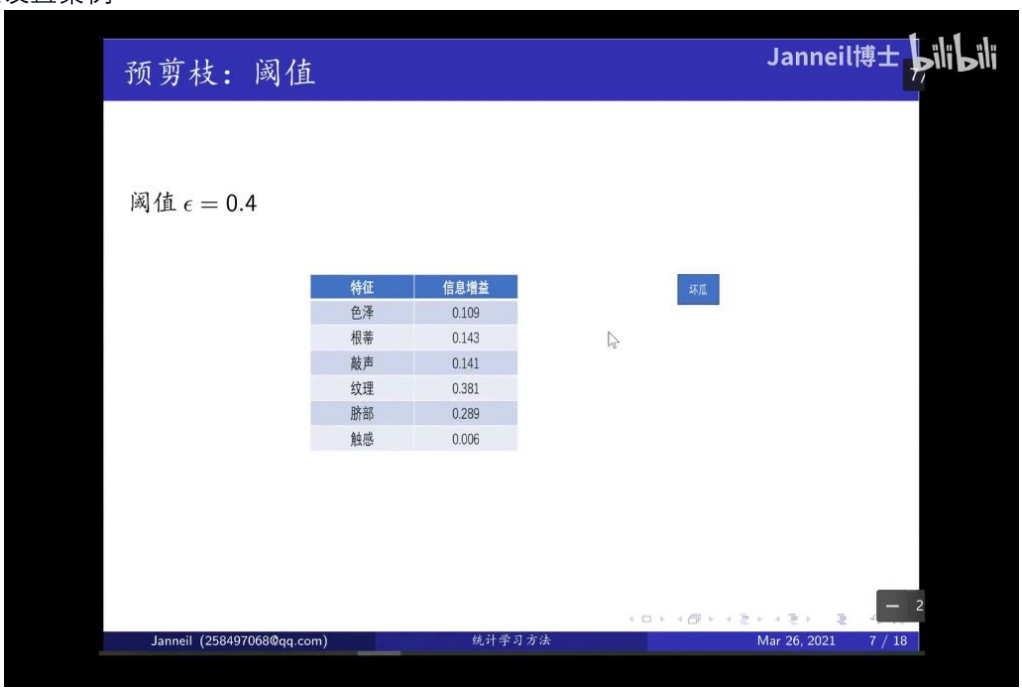
  - **操作示例**：当限制深度为2时，需剪除第3层及以下节点
  - **叶节点处理**：对于纹理清晰且根蒂稍蜷缩的样本（编号6,8,15），按多数表决确定为"好瓜"类别
  - **对比说明**：相比完整深度4的树，深度2的树保留了主要决策路径但结构更简洁

2）设定阈值 02:17:44



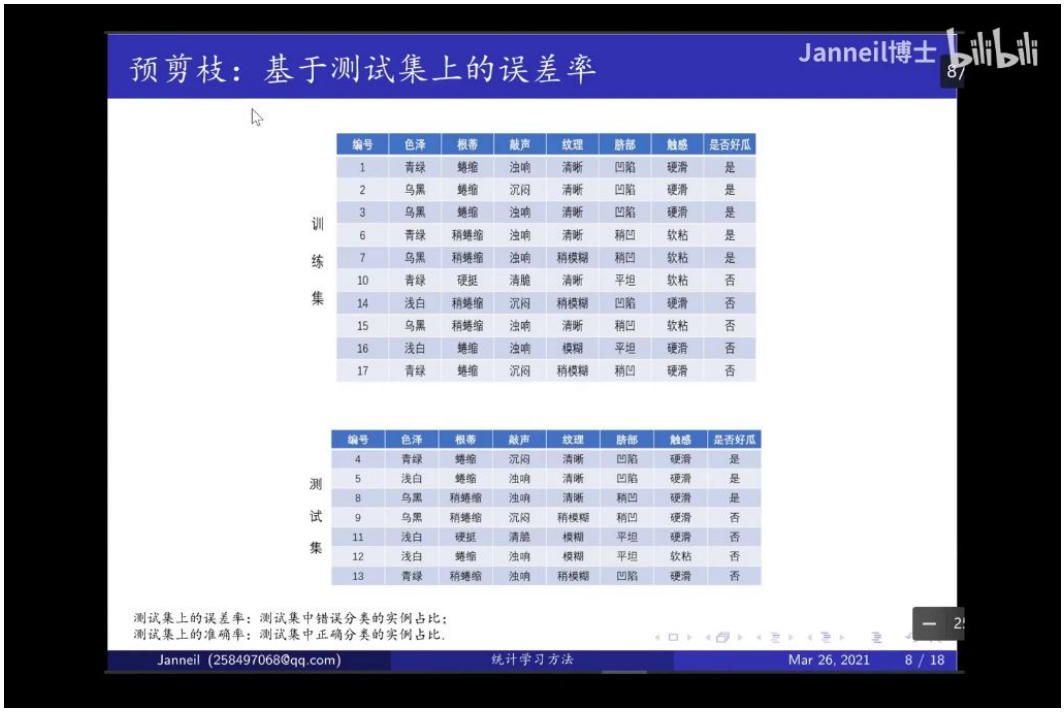
- **算法原理**：递归过程中比较特征信息增益与预设阈值ϵ

- **阈值作用**：当所有特征的信息增益都小于ϵ时停止分裂，形成单节点树
- **递归应用**：阈值检查不仅作用于根节点，也应用于所有子树的生成过程
- 阈值设置案例

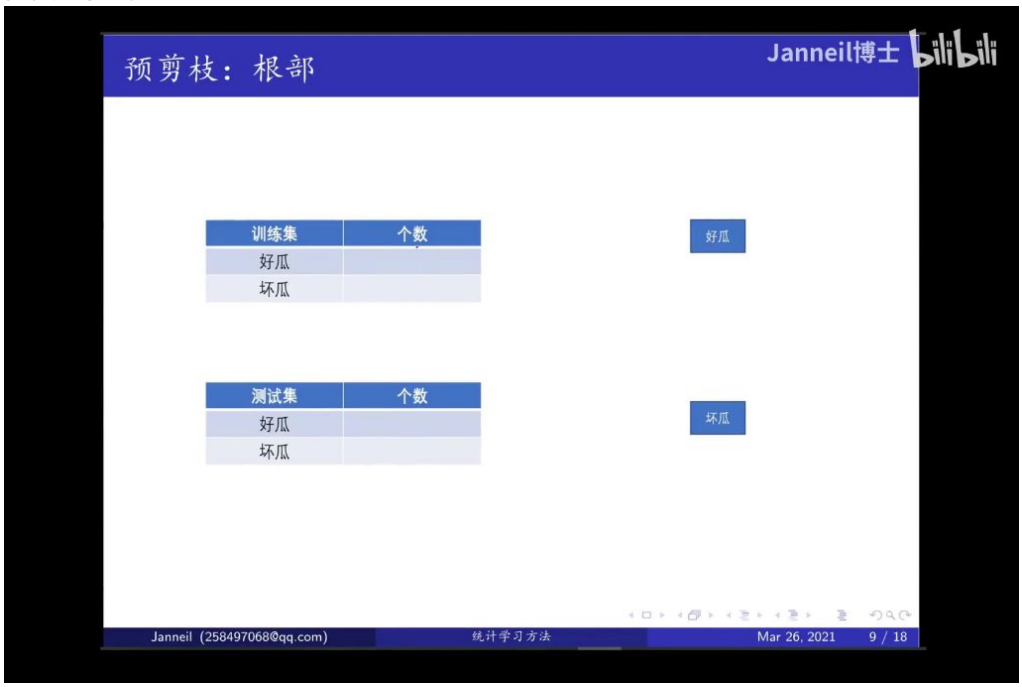


  - **数据验证**：西瓜数据集中所有特征的最大信息增益为0.381（纹理特征）
  - **阈值实验**：当设置ϵ = 0.4时，所有特征信息增益均小于阈值
  - **结果分析**：生成单节点树，根据样本分布（8好瓜/9坏瓜）判定为"坏瓜"类别
  - **参数建议**：可通过尝试不同阈值（如0.2、0.1）观察模型复杂度变化
- 注意事项
  - **阈值选择**：需通过交叉验证确定最佳值，过大导致欠拟合，过小导致过拟合
  - **特征影响**：不同特征的信息增益值差异较大（如触感仅0.006），需标准化处理时可考虑增益率
  - **对比深度限制**：阈值法更侧重信息量过滤，深度限制更关注结构复杂度

3）基于测试集误差率的预剪枝 02:21:00



- 基本概念
  - **评估指标**：使用测试集上的误差率作为预剪枝的判断标准，该指标反映模型泛化能力
  - **误差率定义**：测试集中错误分类的实例占比，计算公式为 $\frac{\text{错误样本数}}{\text{总样本数}}$
  - **准确率定义**：测试集中正确分类的实例占比，与误差率互补（准确率=1-误差率）
  - **指标意义**：误差率越低代表泛化能力越强，误差率越高则泛化能力越弱
- 预剪枝实施步骤

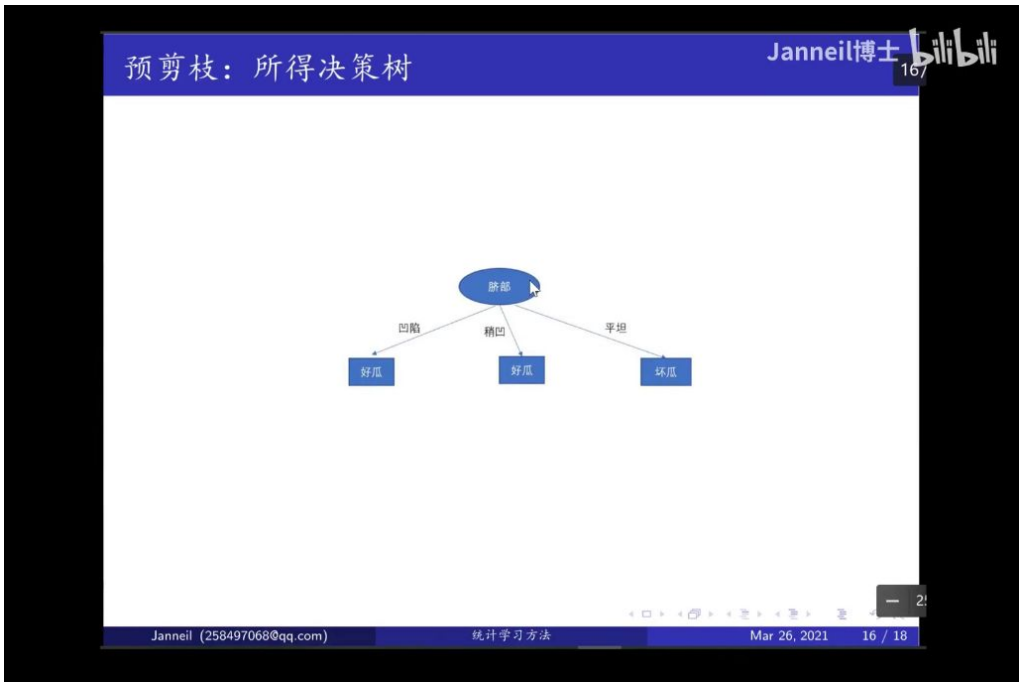


  - **数据划分**：
    - 将原始数据集分为训练集（构建决策树）和测试集（评估泛化能力）
    - 示例中训练集包含5个好瓜和5个坏瓜，测试集包含3个好瓜和4个坏瓜
  - **基准模型建立**：

        - 构建单节点决策树（根节点）
        - 当类别分布相同时，可任意选择好瓜或坏瓜作为预测结果
    - **误差率计算**：
        - 若单节点决策树预测为好瓜：
            - 测试集误判数：4个（所有坏瓜样本）
            - 误差率：$\frac{4}{7}$
        - 若预测为坏瓜：
            - 测试集误判数：3个（所有好瓜样本）
            - 误差率：$\frac{3}{7}$
- 节点划分验证
    - 

    - **首次划分**：
        - 根据信息增益选择"脐部"作为划分特征
        - 生成二层决策树：
            - 脐部=凹陷 → 好瓜
            - 脐部=稍凹 → 好瓜
            - 脐部=平坦 → 坏瓜
        - 新误差率：$\frac{2}{7}$（比单节点树的$\frac{4}{7}$或$\frac{3}{7}$更低）
    - **二次划分验证**：
        - 对"凹陷"节点考虑按"色泽"进一步划分：
            - 浅白 → 坏瓜
            - 青绿 → 好瓜
            - 乌黑 → 好瓜
        - 新误差率升至$\frac{3}{7}$，说明划分导致泛化能力下降
    - **其他节点验证**：
        - 对"稍凹"节点考虑按"根蒂"划分：
            - 误差率保持$\frac{2}{7}$，但模型复杂度增加
            - 根据奥卡姆剃刀原理，选择不划分

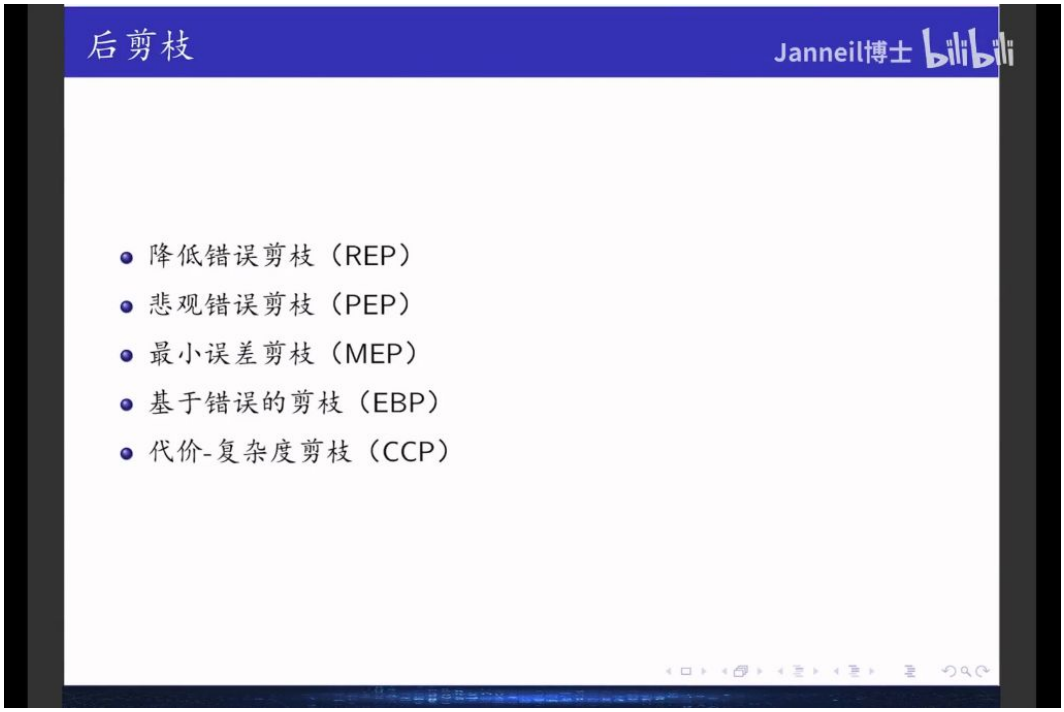
    - "平坦"节点无需划分（训练集中均为坏瓜）
- 最终决策树结构



    - **层级结构**：两层决策树
        - 根节点：脐部特征
        - 叶节点：
            - 凹陷/稍凹 → 好瓜
            - 平坦 → 坏瓜
    - **性能指标**：保持最低测试误差率$\frac{2}{7}$
    - **关键结论**：当划分后误差率升高或不变时，应停止该节点的进一步划分

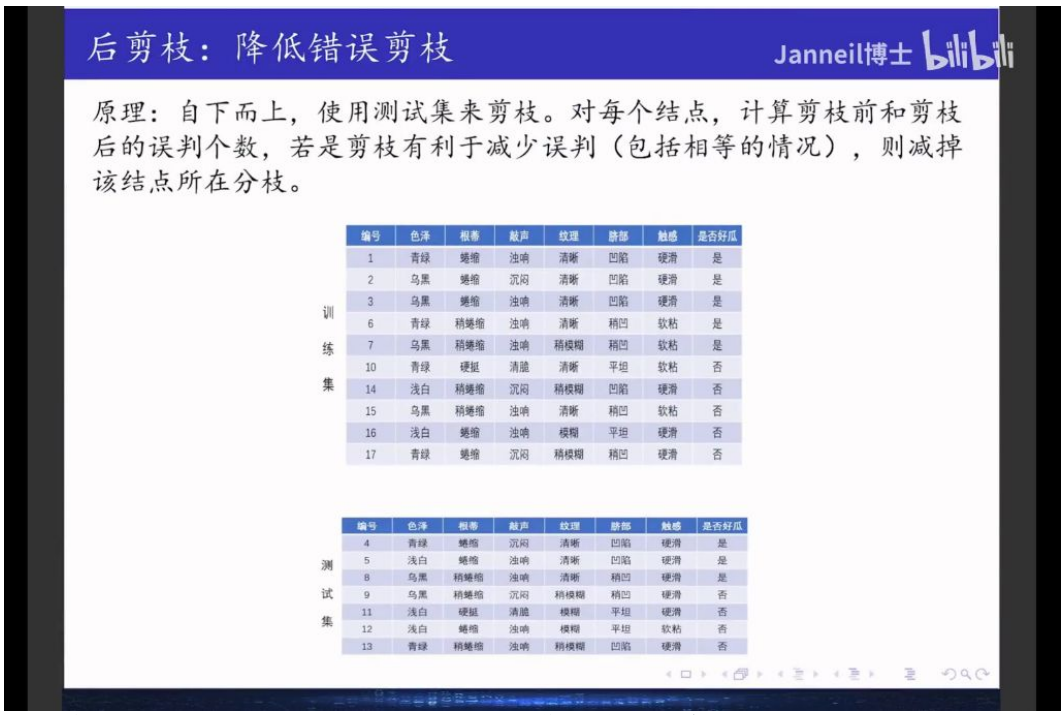
十四、后剪枝详解 ***02:34:13***

1. 后剪枝方法 02:34:21



- **方法分类**：降低错误剪枝(REP)、悲观错误剪枝(PEP)、最小误差剪枝(MEP)、基于错误的剪枝(EBP)、代价-复杂度剪枝(CCP)

1）原理说明 02:35:07



- **基本流程**：自下而上遍历决策树，使用测试集评估剪枝效果
- **决策标准**：
  - **比较指标**：计算剪枝前后误判个数
  - **剪枝条件**：当剪枝后误判数≤剪枝前时执行剪枝（包含相等情况）
  - **理论依据**：奥卡姆剃刀原理，在效果相同时选择结构更简单的模型
- **与预剪枝区别**：
  - **方向差异**：后剪枝自下而上，预剪枝自上而下
  - **评估指标**：后剪枝使用误判个数，预剪枝使用误差率（两者本质等价）

- **数据集说明**：西瓜数据集共17个样本，其中10个训练样本，7个测试样本

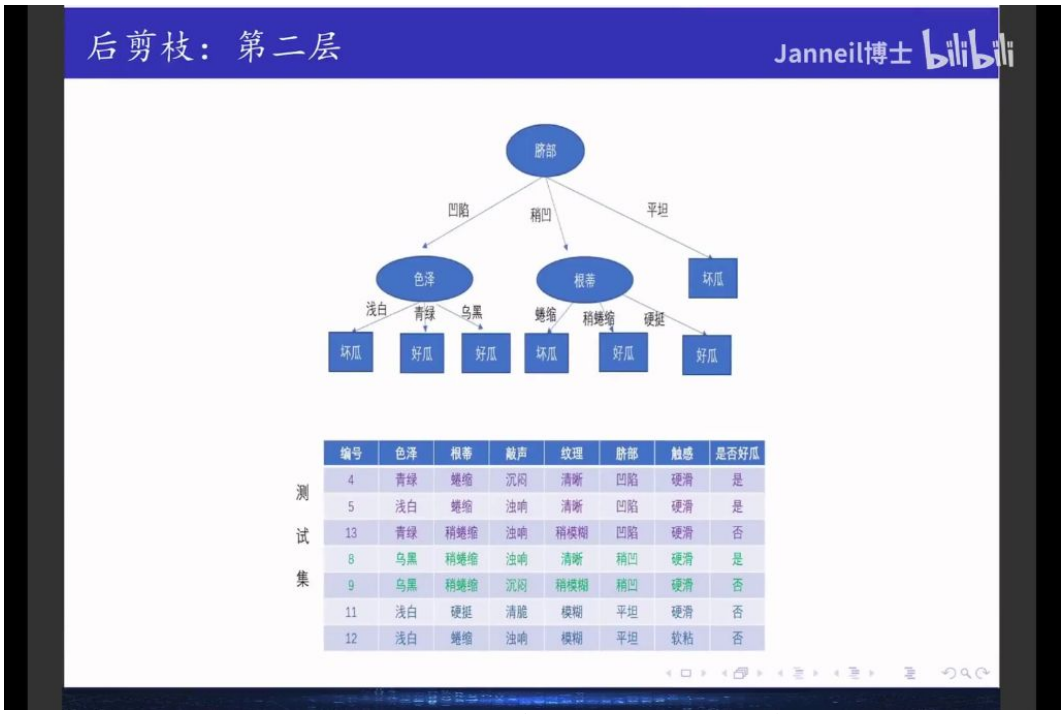
2. 例题:完整决策树 02:37:10

1）第四层剪枝分析 02:37:50

- **决策树特征**：深度为4的完整决策树
- **剪枝操作**：
  - **目标节点**：第四层子树（脐部稍凹、根蒂稍蜷缩、色泽乌黑）
  - **替代方案**：用标记为"好瓜"的叶节点替代该子树
  - **判断依据**：比较子树和叶节点在测试集上的误判个数
  - **训练集参考**：该节点对应训练样本中1个好瓜和1个坏瓜样本

十五、决策树后剪枝 ***02:38:46***

1. 误判个数计算 02:38:49

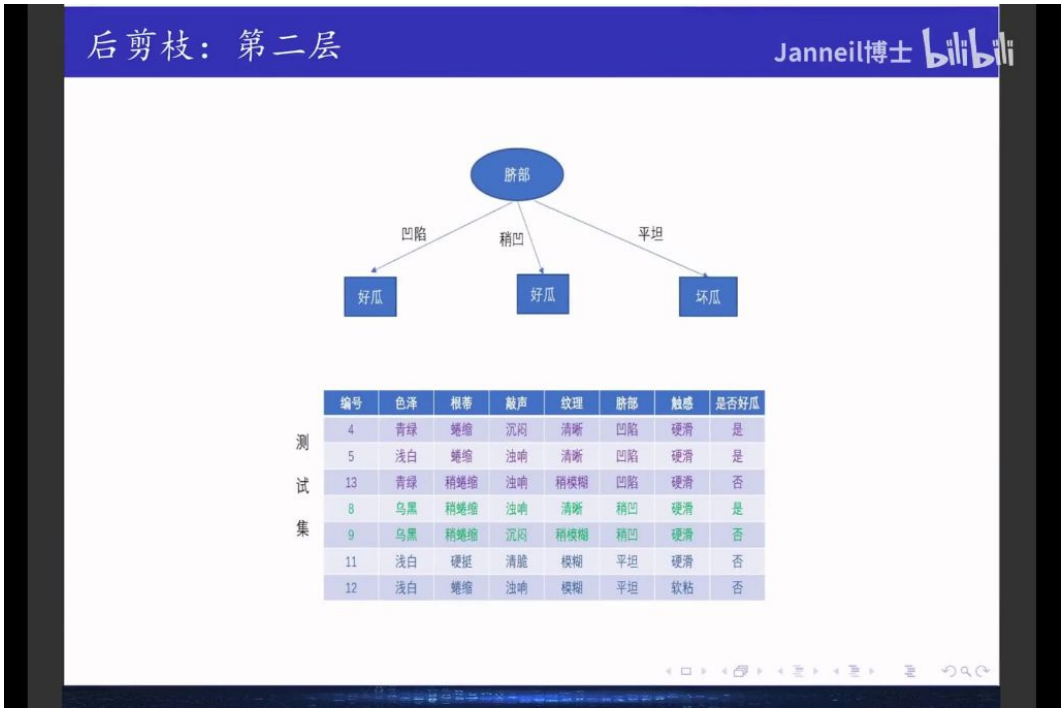


- **子树误判示例**：当使用某棵子树判断时，脐部稍凹、根蒂稍蜷缩、色泽乌黑的样本中，纹理清晰的误判为坏瓜，稍模糊的误判为好瓜，共2个误判。
- **叶节点替换效果**：若用"好瓜"叶节点替换该子树，误判个数降为1个（1<2），说明剪枝有效。

2. 子树替换策略 02:39:39

- **替换条件**：当叶节点的误判数小于子树的误判数时，应进行替换。
- **深度变化**：通过替换可使决策树深度从4层简化为3层。

3. 减支决策判断 02:40:30



- **训练集参考**：脐部稍凹、根部稍蜷缩的3个训练样本中，2好瓜1坏瓜，替换叶节点应选择"好瓜"。
- **误判对比**：子树在测试集误判1个；叶节点同样误判1个，此时根据奥卡姆剃刀原理选择剪枝。

4. 误判个数比较 02:41:41

- **多层剪枝示例**：
  - 左子树：脐部凹陷样本中，色泽判断误判2个；替换为"好瓜"叶节点后误判降为1个
  - 右子树：脐部稍凹样本中，根蒂判断误判1个；替换叶节点后误判仍为1个

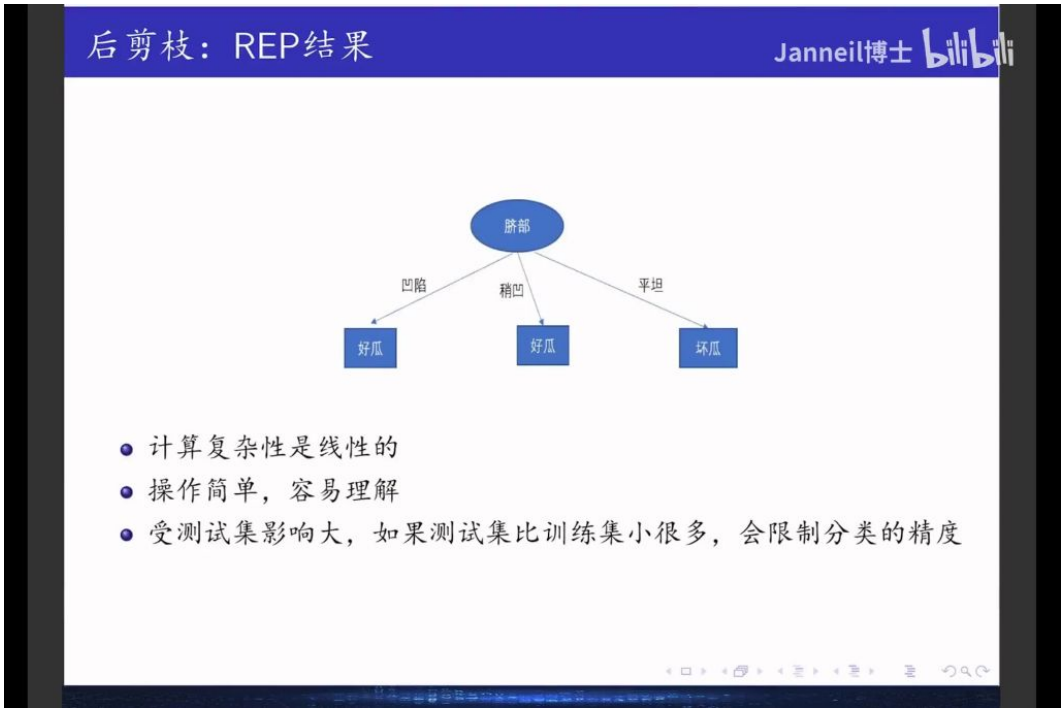
5. 决策树简化过程 02:42:16

- **最终简化**：尝试将2层树简化为单节点树时，误判从2个增至4个，因此不应继续剪枝。

6. 奥卡姆剃刀原理 02:43:49

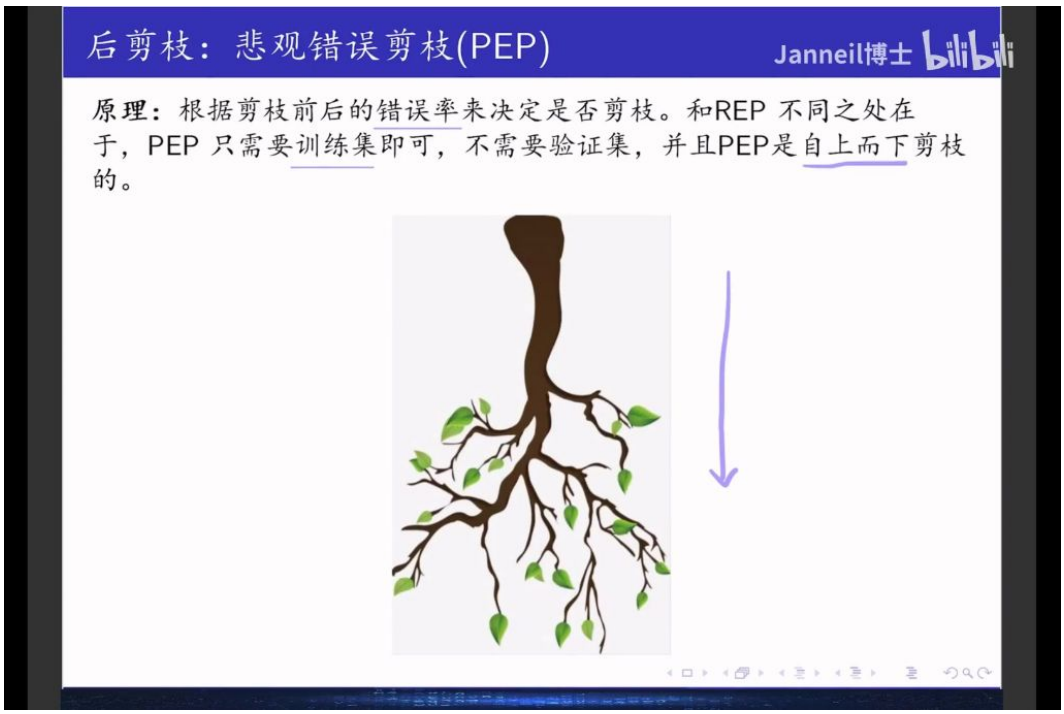
- **应用原则**：当剪枝前后误判数相同时，优先选择更简单的模型（即剪枝后的叶节点）。

7. 后剪枝结果分析 02:46:02



- **优点**：
  - 计算复杂度为线性O(n)
  - 操作简单直观，每个节点只需访问一次
- **缺点**：
  - 易受测试集规模影响
  - 测试集远小于训练集时可能导致欠拟合

8. 悲观错误剪枝 02:47:11



- **核心区别**：与REP方法相比，PEP只需训练集，且采用自上而下剪枝方式
- **修正原理**：通过+0.5将离散二项分布修正为连续正态分布

9. 悲观剪枝步骤 02:48:54

1）减值前计算 02:48:55

- **叶子误差率**：$error_{leaf_i} = \frac{e_i + 0.5}{n_t}$，其中$e_i$为误判数
- **总修正误差**：$error_T = \frac{\sum e_i + 0.5L}{n_t}$，L为叶节点数
- **期望与标准差**：
  - 期望：$E = n_t \times error_T$
  - 标准差：$\sigma = \sqrt{n_t \times error_T \times (1 - error_T)}$

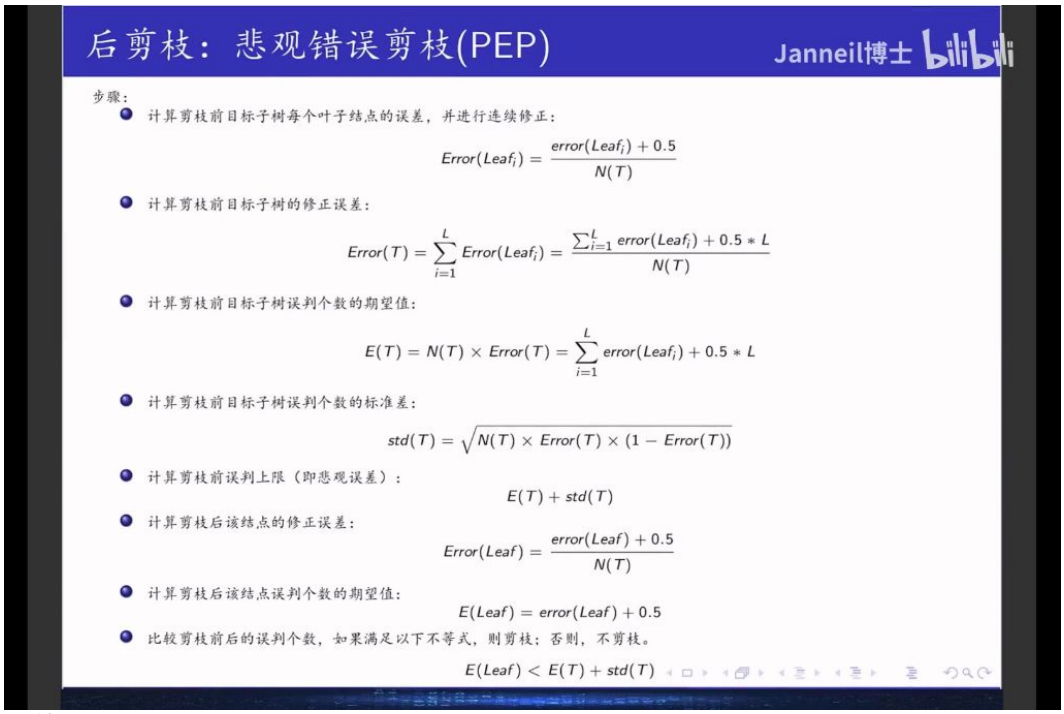
2）减值后计算 02:54:15

- **叶节点误差**：$error_{leaf} = \frac{e + 0.5}{n_t}$
- **期望值**：$E_{leaf} = e + 0.5$

3）剪枝决策 02:55:19

- **判定条件**：当$E_{leaf} \le (E + \sigma)$时执行剪枝
- **悲观特性**：采用误判上限（期望+标准差）确保决策保守性

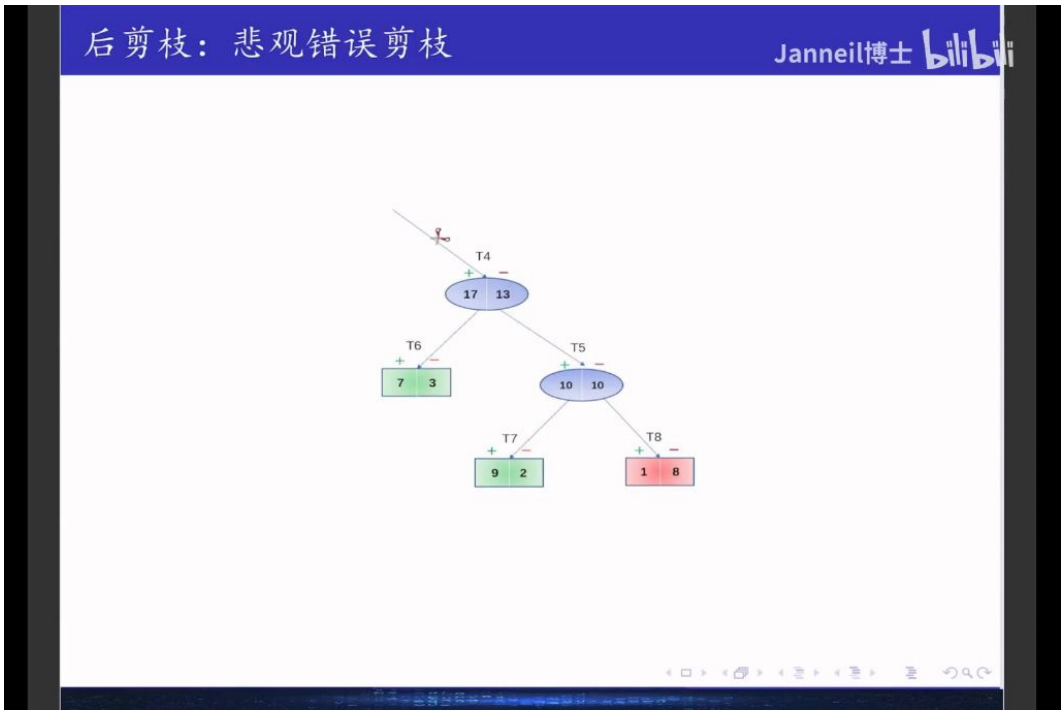
10. 悲观剪枝例题 02:55:51



- **计算步骤**：
  - **叶子节点修正误差**：$Error(Leaf_i) = \frac{error(Leaf_i) + 0.5}{N(T)}$
  - **子树修正误差**：$Error(T) = \frac{\sum_{i=1}^{L} error(Leaf_i) + 0.5 * L}{N(T)}$
  - **误判期望值**：$E(T) = \sum_{i=1}^{L} error(Leaf_i) + 0.5 * L$
  - **误判标准差**：$std(T) = \sqrt{N(T) \times Error(T) \times (1 - Error(T))}$
  - **误判上限**：$E(T) + std(T)$
  - **剪枝后修正误差**：$Error(Leaf) = \frac{error(Leaf) + 0.5}{N(T)}$

- **剪枝后误判期望**：$E(Leaf) = error(Leaf) + 0.5$
- **剪枝条件**：当$E(Leaf) < E(T) + std(T)$时执行剪枝

1）例题1：子树剪枝判断



- **题目解析**：
  - **样本分布**：t4节点含30样本（17正/13负），t6节点7正3负（误判3），t7节点10正0负（误判0），t8节点1正8负（误判1）
  - **剪枝前计算**：
    - 修正误差：$\frac{3 + 0 + 1 + 0.5 * 3}{30} = \frac{7.5}{30}$
    - 误判期望：$30 \times \frac{7.5}{30} = 7.5$
    - 标准差：$\sqrt{30 \times \frac{7.5}{30} \times (1 - \frac{7.5}{30})} \approx 2.37$
    - 误判上限：7.5+2.37=9.87
  - **剪枝后计算**：
    - 修正误差：$\frac{13 + 0.5}{30} = \frac{13.5}{30}$
    - 误判期望：13.5
  - **结论**：13.5 > 9.87，不满足剪枝条件

2）例题2：修改样本数的剪枝判断

- **题目解析**：
  - **样本变化**：总样本27个，误判总数7个（3个叶节点）
  - **剪枝前计算**：
    - 修正误差：$\frac{7 + 0.5 * 3}{27} = \frac{8.5}{27}$
    - 误判期望：8.5
    - 标准差：$\sqrt{27 \times \frac{8.5}{27} \times (1 - \frac{8.5}{27})} \approx 2.41$

        - 误判上限：8.5+2.41=10.91
    - **剪枝后计算**：
        - 修正误差：$\frac{10+0.5}{27}=\frac{10.5}{27}$
        - 误判期望：10.5
    - **结论**：10.5 < 10.91，满足剪枝条件

11. 西瓜数据集应用 03:07:10

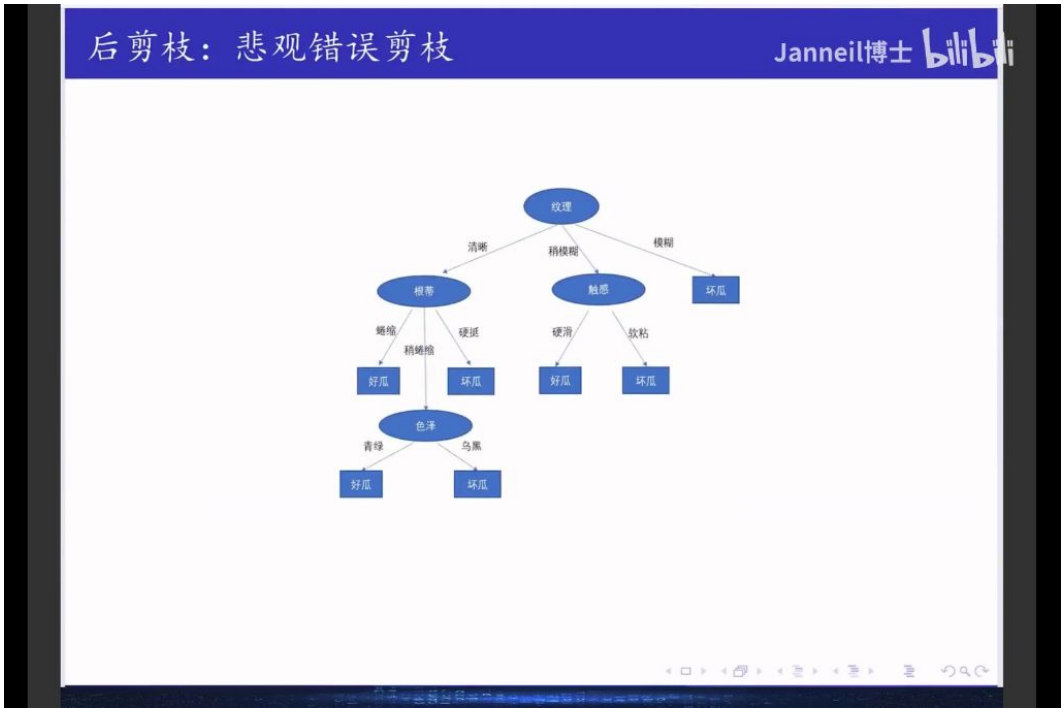
1）西瓜数据集的决策树分类 03:07:14

- **数据结构**：
    - 根节点（纹理）：17样本（8好/9坏）
    - 分支节点（根蒂）：
        - 更替处：9样本（7好/2坏）
        - 全缩：5好0坏（叶节点）
        - 硬挺：0好1坏（叶节点）

2）例题3：西瓜数据集剪枝判断 03:08:35

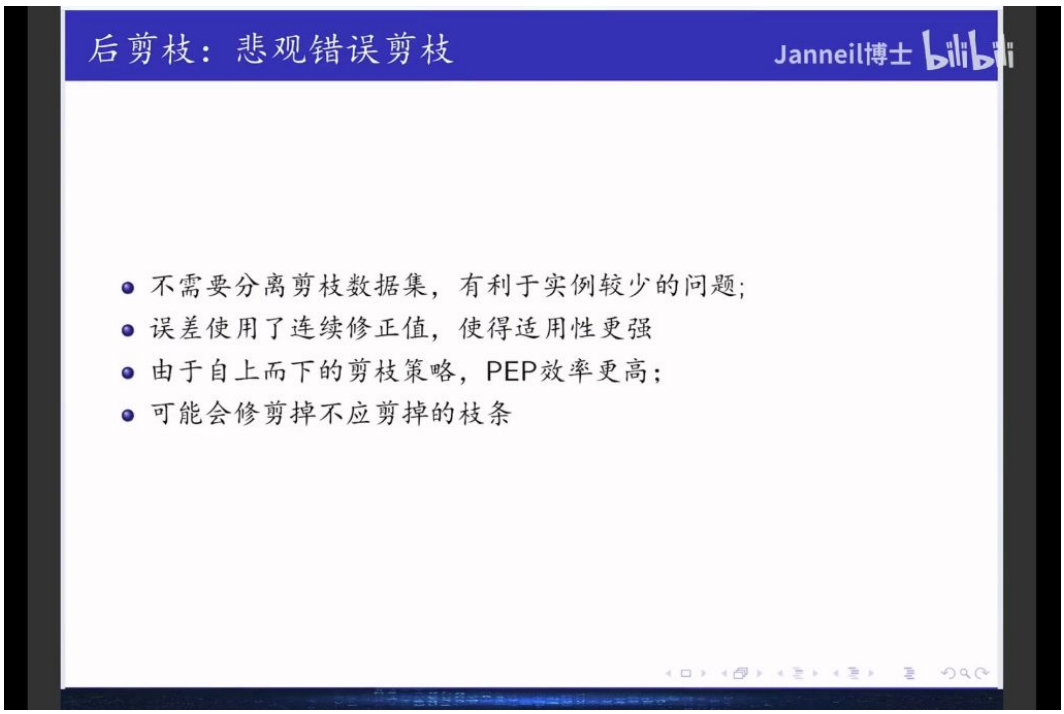
- **题目解析**：
    - **剪枝前计算**：
        - 叶节点数：4个
        - 总误判：1个
        - 修正误差：$\frac{1+0.5*4}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
        - 误判期望：$9\times\frac{1}{3}=3$
        - 标准差：$\sqrt{9\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=\sqrt{2}\approx 1.414$
        - 误判上限：3+1.414=4.414
    - **剪枝后计算**：
        - 修正误差：$\frac{2+0.5}{9}=\frac{2.5}{9}$
        - 误判期望：2.5
    - **结论**：2.5 < 4.414，满足剪枝条件
- **关键记忆点**：
    - 连续修正时，每个叶节点加0.5
    - 比较标准是剪枝后期望与剪枝前上限
    - 实际应用中需注意样本归类的多数原则
    - 标准差计算反映误差的波动范围

12. 悲观剪枝特点 03:12:16



- **数据集要求**：不需要分离剪枝数据集，适合实例较少的问题（当样本量较小时无法分割训练集和验证集）
- **误差计算**：采用连续修正值计算错误率，使方法适用性更强
- **剪枝策略**：采用自上而下的特殊剪枝策略（与多数后剪枝方法不同）
- **效率优势**：相比减少错误剪枝方法，PEP（Pessimistic Error Pruning）效率更高
- **潜在问题**：可能过度剪枝，修剪掉本应保留的分支

13. 最小误差剪枝 03:13:44

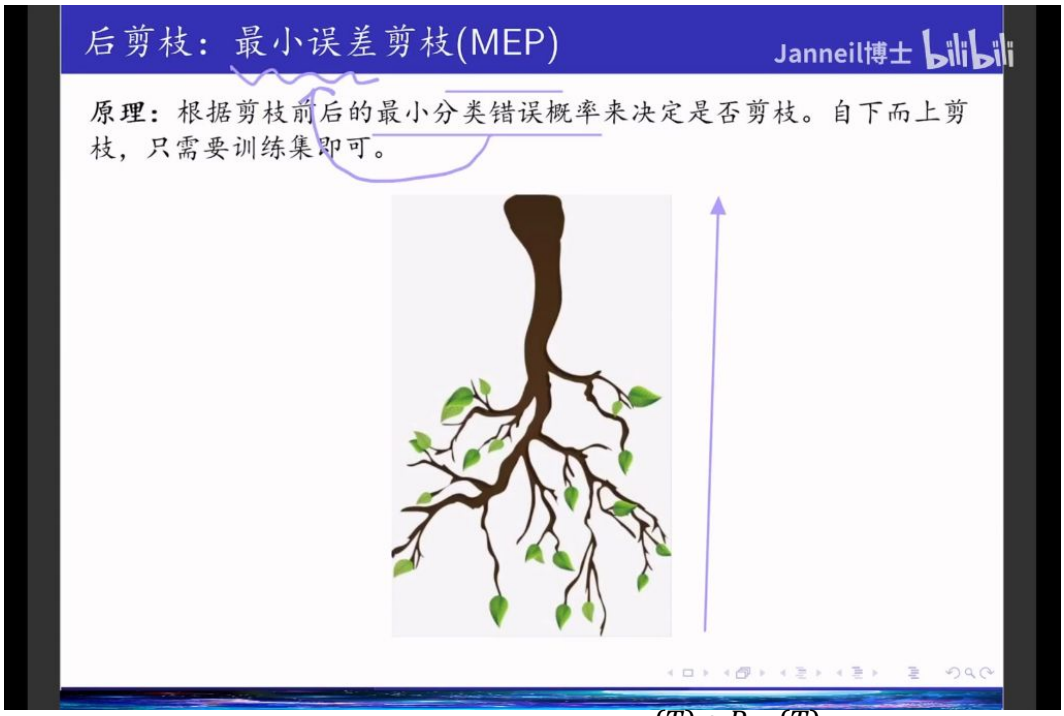


- **核心原理**：根据剪枝前后的最小分类错误概率（P_{error}）决定是否剪枝
- **方法特点**：
  - **缩写含义**：MEP = Minimum Error Pruning（最小误差剪枝）
  - **数据集要求**：仅需训练集，无需验证集（与PEP相同）

- **剪枝方向**：常规自下而上策略（与PEP的自上而下形成对比）
- **实施流程**：
  - 生成完整决策树
  - 从叶节点开始向上逐层考察
  - 计算每个分支剪枝前后的分类错误概率差
  - 根据最小误差原则决定剪枝操作

14. 最小误差原理 03:15:57

1）结点T处类别概率公式

- 

- **概率计算式**: 在结点T处属于类别k的概率为$P_k(T) = \frac{n_k(T) + Pr_k(T) \times m}{N(T) + m}$
- **符号说明**:
  - $n_k(T)$: 结点T处属于类别k的样本数
  - N(T): 结点T处总样本数
  - $Pr_k(T)$: 结点T处类别k的先验概率
  - m: 先验概率影响因子

2）结点T处预测错误率公式 03:16:06

- **错误率定义**:$Error(T) = min\{1 - P_k(T)\} = min\left\{\frac{N(T) - n_k(T) + m(1 - Pr_k(T))}{N(T) + m}\right\}$
- **计算原理**: 取不属于各类别概率的最小值作为预测错误率

3）结点T处类别概率计算方法 03:16:38

- **常规方法**: 直接使用样本比例$P_k(T) = \frac{n_k(T)}{N(T)}$
- **贝叶斯改进**: 引入先验概率$Pr_k(T)$和影响因子m进行修正
- **符号解释**:
  - $Pr_k(T)$中的"Pr"来自先验概率英文"prior"的缩写
  - 当$m = 0$时退化为常规方法

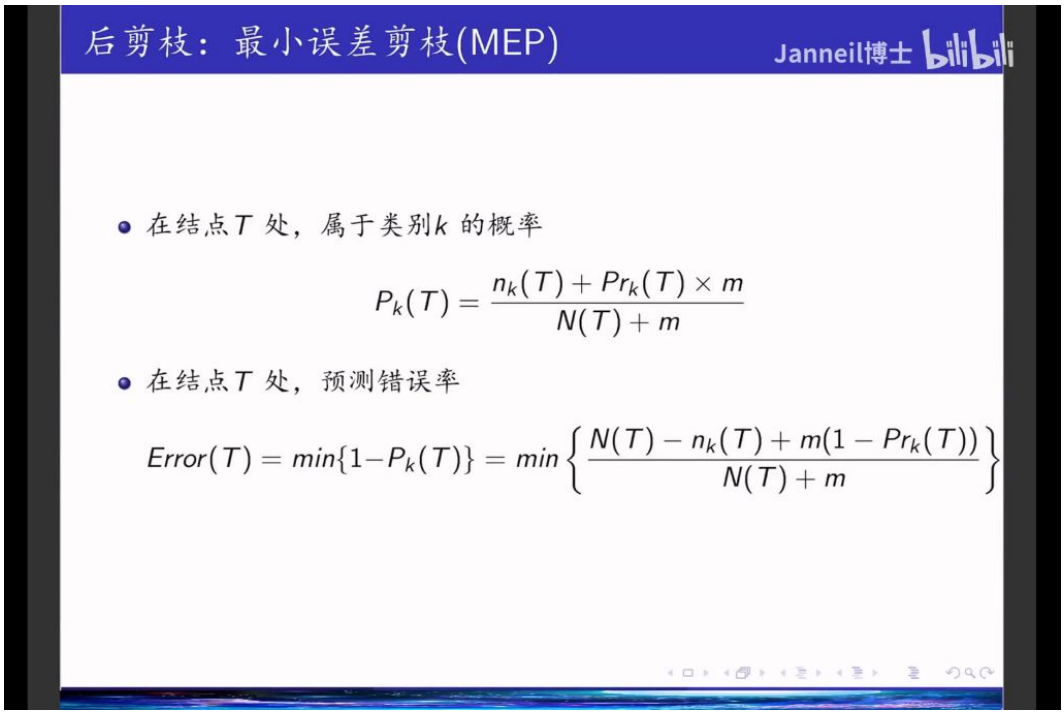
4）先验概率m对后验概率的影响 03:19:16

- **极端情况1**: 当$m \to 0$时，$P_k(T) \to \frac{n_k(T)}{N(T)}$，先验概率无影响
- **极端情况2**: 当m→∞时，$P_k(T) \to Pr_k(T)$，完全由先验概率决定
- **实际意义**: m控制先验概率对后验概率的影响程度

5）预测错误率计算方法 03:20:38

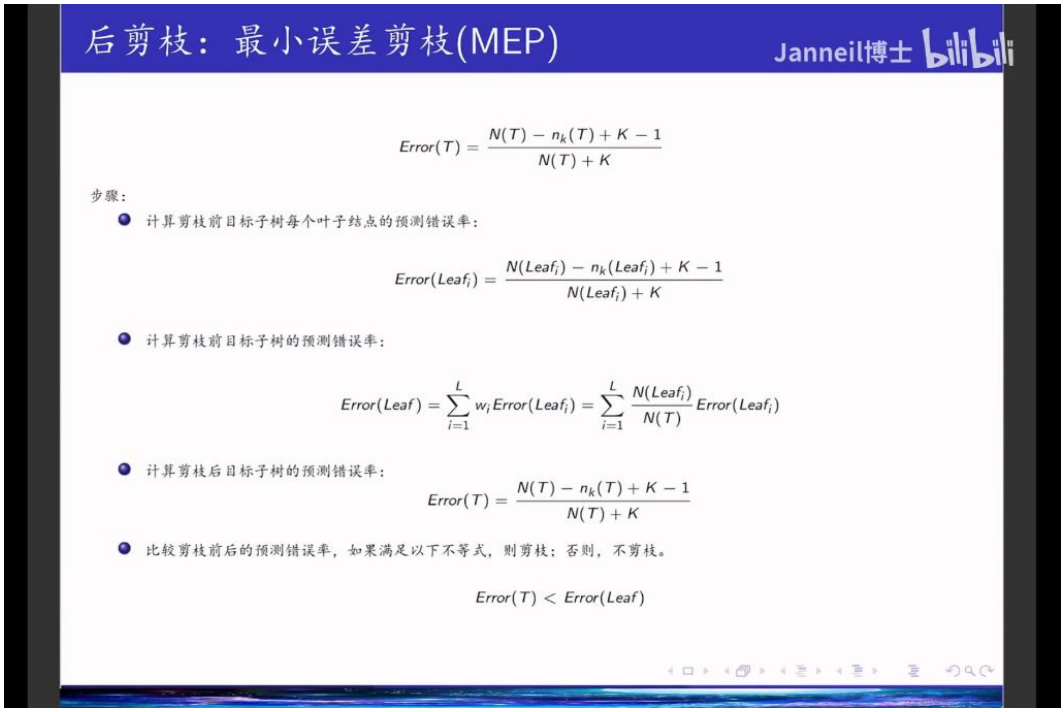
- **错误率本质**: 是m的函数，通过优化m来最小化错误率
- **简化条件**: 当假设各类别先验概率相等($Pr_k(T) = \frac{1}{K}$)且$m = K$时
- **简化公式**:$Error(T) = \frac{N(T) - n_k(T) + K - 1}{N(T) + K}$

6）例题1:最小误差减值方法的具体步骤 03:23:00



- 解题步骤:
  - 确定类别数K和影响因子m
  - 计算各结点处各类别的样本数$n_k(T)$
  - 代入简化公式计算各结点预测错误率
  - 比较剪枝前后错误率变化
  - 选择使整体错误率最小的剪枝方案
- **注意事项**: 实际应用中m需要通过优化确定，不能直接指定

15. 最小误差剪枝(MEP)步骤 03:24:20



1）计算剪枝前目标子树每个叶子结点的预测错误率

- **叶子节点错误率公式**:$Error(Leaf_i) = \frac{N(Leaf_i) - n_k(Leaf_i) + K - 1}{N(Leaf_i) + K}$
  - 分母为当前叶子节点样本总数N加上类别总数K
  - 分子包含：非主导类别样本数$(N - n_k)$和类别数修正项$(K - 1)$
  - 计算示例：若某叶子有11个样本$(N = 11)$，其中9个属于正类$(n_k = 9)$，$K = 2$类，则错误率为$\frac{2 + 1}{11 + 2} = \frac{3}{13}$

2）计算剪枝前目标子树的预测错误率 03:25:23

- **加权求和法**:$Error(Leaf) = \sum_{i=1}^{L} \frac{N(Leaf_i)}{N(T)} Error(Leaf_i)$
  - 权重w_i为叶子节点样本占比$\frac{N(Leaf_i)}{N(T)}$
  - 需先计算每个叶子的错误率再按样本量加权
  - 示例：若某子树含两个叶子（11个和9个样本），错误率分别为$\frac{3}{13}$和$\frac{2}{11}$，则整体错误率为$\frac{11}{20} \times \frac{3}{13} + \frac{9}{20} \times \frac{2}{11} \approx 0.2087$

3）计算剪枝后目标子树的预测错误率 03:26:10

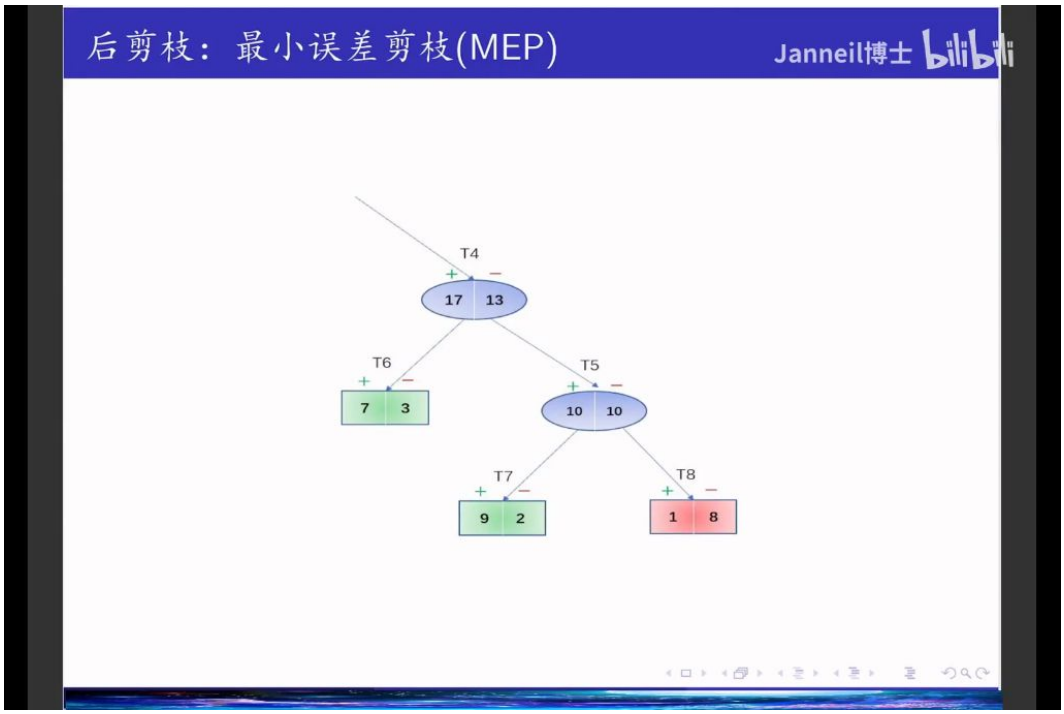
- **剪枝后错误率公式**:$Error(T) = \frac{N(T) - n_k(T) + K - 1}{N(T) + K}$
  - 将整个子树视为单一叶子节点计算
  - 示例：若合并后节点含20个样本（10正10负），$K = 2$，则错误率为$\frac{10 + 1}{20 + 2} = 0.5$

4）比较剪枝前后的预测错误率 03:26:53

- **剪枝条件**: 当且仅当$Error(T) < Error(Leaf)$时执行剪枝
  - 比较时需保留四位小数确保精度

- 若剪枝后错误率升高（如0.2087→0.5）则保留原结构
- 决策依据是错误率最小化原则

16. 最小误差剪枝例题 03:27:28



- **题目解析**
  - 案例背景：含T5-T8节点的二分类决策树（正类绿色/负类红色）
  - 关键数据：
    - T7节点：9正2负，错误率$\frac{3}{13}$
    - T8节点：1正8负，错误率$\frac{2}{11}$
    - 子树总样本20个（T7:11, T8:9）
  - 计算过程：
    - 剪枝前加权错误率：$\frac{11}{20} \times \frac{3}{13} + \frac{9}{20} \times \frac{2}{11} = 0.2087$
    - 剪枝后（归为正类）错误率：$\frac{10+1}{20+2} = 0.5$
  - **决策结果**：0.2087 < 0.5，故不剪枝
  - **易错点**：需注意归并后节点的类别判定（本例正负样本数相同，默认归为正类）

17. 基于错误剪枝 03:33:23

- **提出者**: 由Quinlan在1992年出版的《C4.5: Programs for Machine Learning》中提出
- **特点**: 属于后剪枝方法，只需训练集即可完成剪枝过程

18. 错误剪枝原理 03:34:08

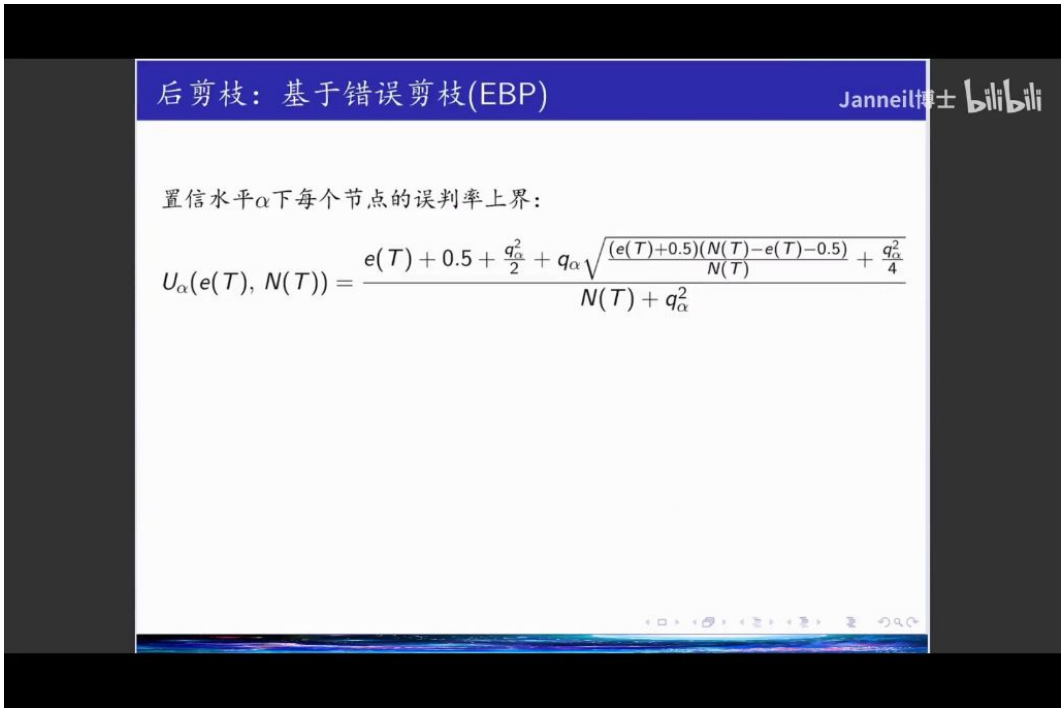
1）错误剪枝的简写与含义 03:34:14

- **EBP全称**: Error Based Pruning
- **核心思想**: 基于剪枝前后的误判个数来决定是否剪枝

2）基于错误减值方法的原理 03:34:40

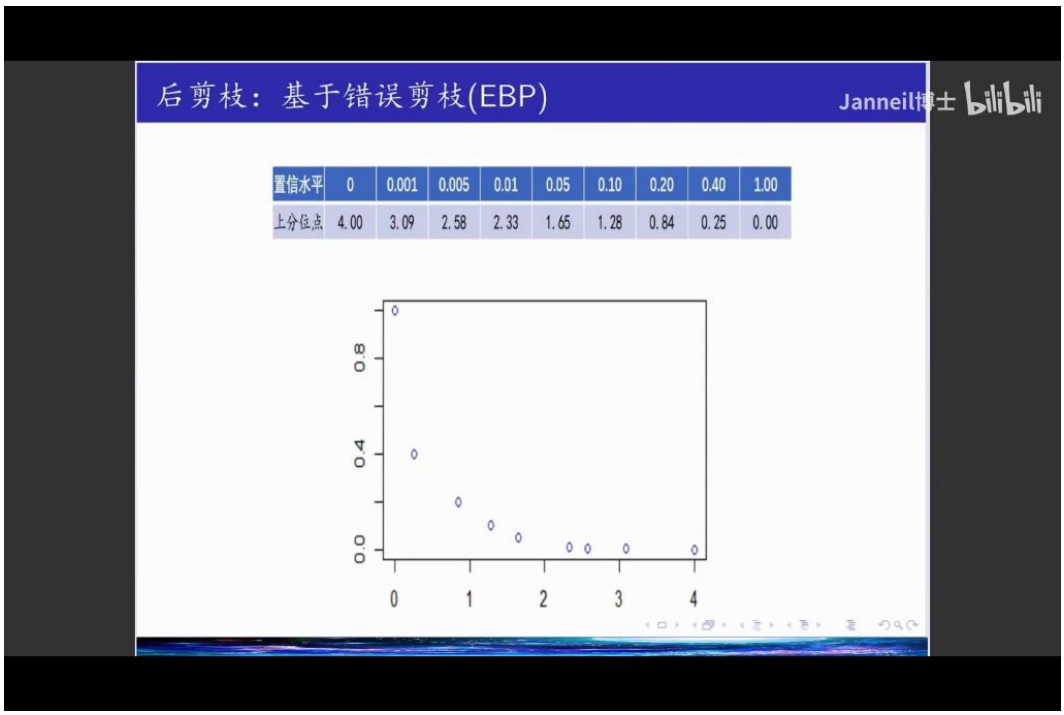
- **决策依据**: 采用误判个数的上界而非期望值
- **剪枝方向**: 自下而上进行剪枝
- **数据需求**: 仅需训练集，无需额外验证集

3）误判率上界的概念与计算 03:35:36



- **公式组成**:
  - e(T): 节点T的误判个数
  - N(T): 节点T的样本总数
  - q_α: 置信水平α对应的上分位点
  - 0.5: 二项分布到正态分布的连续性修正项
- **计算过程**: 通过复杂公式计算在给定置信水平下的误判率上界

4）置信水平与上分位点 03:40:33



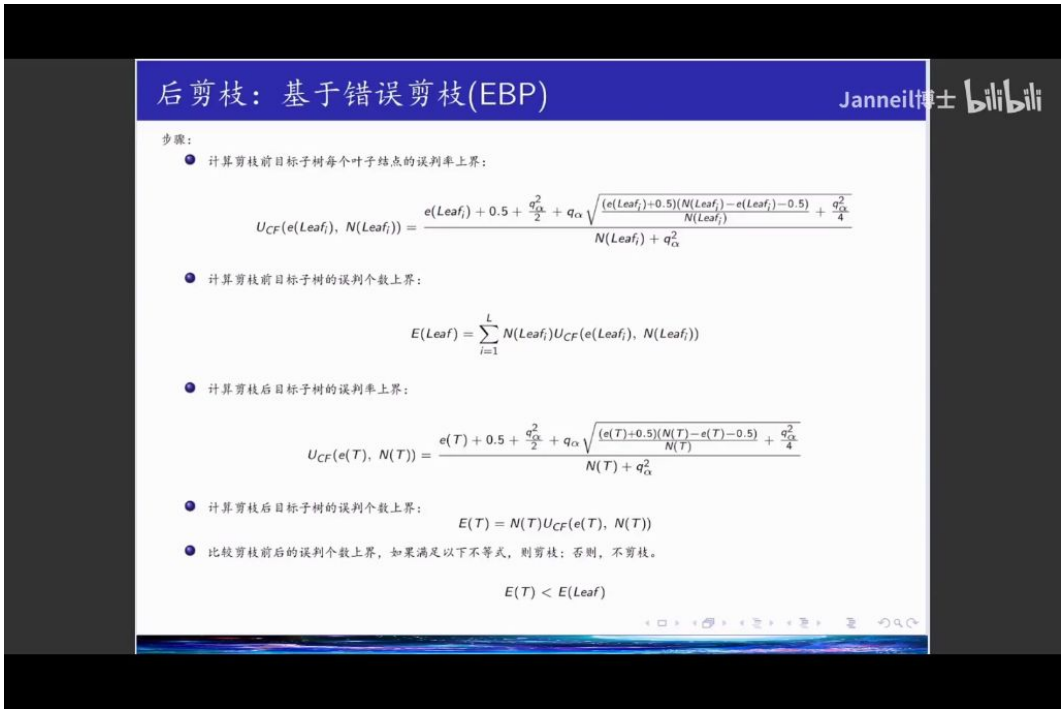
- **定义**:$P(x \geq q_\alpha) = \alpha$，其中x服从标准正态分布
- **特殊值**:
  - $\alpha = 0.20$对应$q_\alpha = 0.84$
  - $\alpha = 0.40$对应$q_\alpha = 0.25$

- **Quinlan默认值**: 采用25%置信水平($\alpha = 0.25$)

5）线性差值的方法 03:42:02

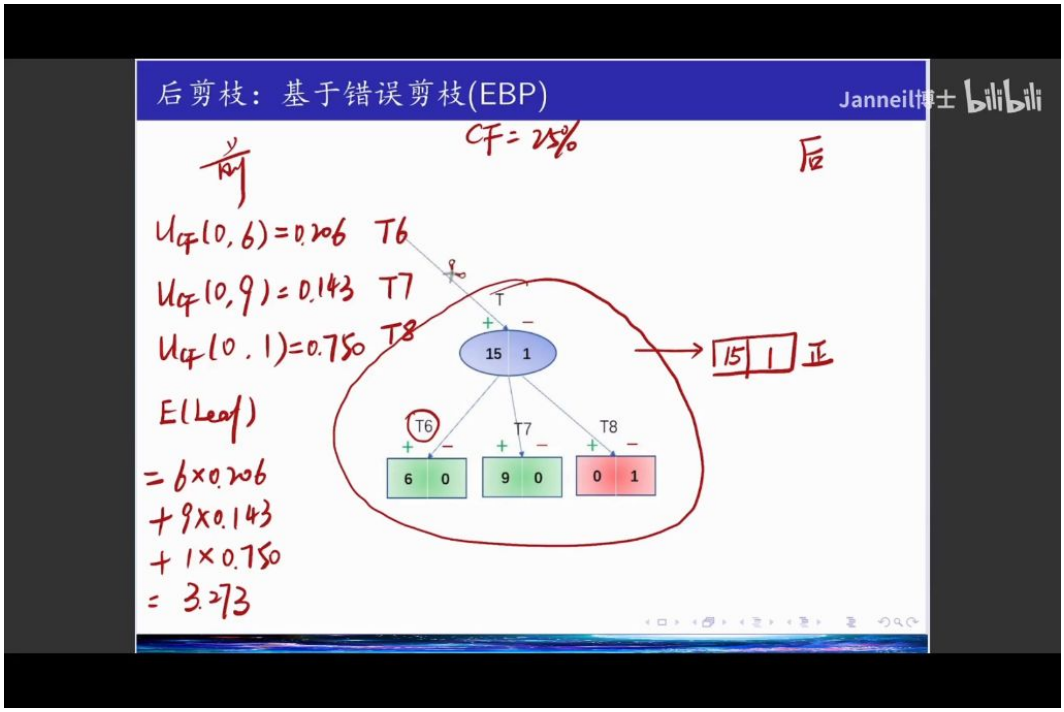
- **应用场景**: 当需要计算表中未列出的置信水平对应的分位点时
- **计算示例**:
  - 已知$\alpha = 0.20$对应0.84，$\alpha = 0.40$对应0.25
  - 求$\alpha = 0.25$对应的q_α:
    - 通过比例关系计算得到$q_{0.25} = 0.6925$
- **实际应用**: 在C4.5算法中默认使用25%置信水平，对应$q_\alpha = 0.6925$

19. 错误剪枝步骤 03:45:38



- **误判率上界计算**：使用公式$U_{CF}(e(leaf_i),N(leaf_i))$计算每个叶子节点的误判率上界，其中$q_\alpha$对应置信水平（默认25%）
- **剪枝前误判数**：$E(Leaf) = \sum_{i=1}^{l} N(leaf_i)U_{CF}(e(leaf_i),N(leaf_i))$累加所有叶子节点的误判数上界
- **剪枝后计算**：用相同公式计算替换为叶节点后的误判率$U_{CF}(e(T),N(T))$和误判数$E(T) = N(T)U_{CF}(e(T),N(T))$
- **剪枝条件**：当且仅当$E(T) < E(Leaf)$时执行剪枝

20. 错误剪枝例题 03:48:30

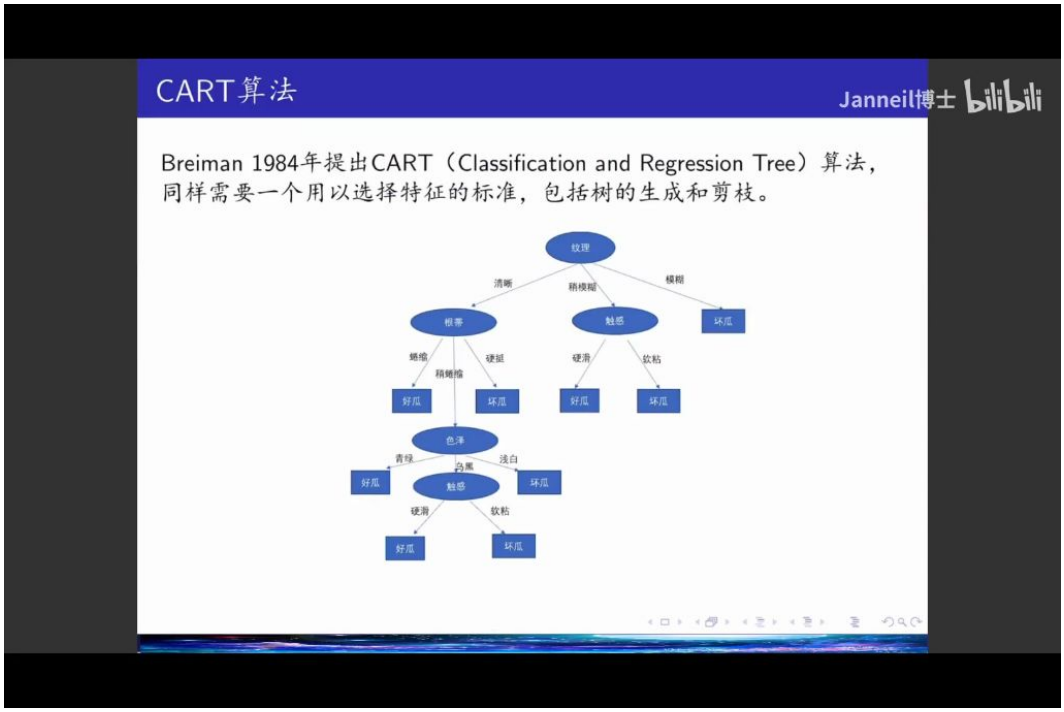


- **例题解析**：
  - 剪枝前有3个叶节点（T6/T7/T8），样本数分别为6/9/1
  - 计算得各节点误判率上界：0.206/0.143/0.750
  - 总误判数上界：6×0.206+9×0.143+1×0.75=3.273
  - 剪枝后（16个样本，1个误判）误判率0.157，误判数上界16×0.157=2.512
  - **决策**：因2.512<3.273，执行剪枝

21. CART算法介绍 03:52:47

- **提出背景**：Breiman于1984年提出，入选十大算法之一
- **全称含义**：Classification And Regression Tree（分类与回归树）
- **核心功能**：同时解决分类（离散输出）和回归（连续输出）问题

22. CART算法特点 03:53:29



- **二叉树结构**：所有决策节点均为二叉分裂（是/否）
- **分裂标准**：需要专门的特征选择标准
- **完整流程**：包含树生成和剪枝两个阶段

23. 二叉树结构 03:54:33

1）多叉树转换 03:56:40

- **转换原理**：任何多叉分裂可通过多次二叉分裂实现。例如纹理分类（清晰/稍模糊/模糊）可先分"是否清晰"，再将"不清晰"分"是否非常模糊"
- **结构约定**：左分支为"是"，右分支为"否"

2）二叉树优势 03:58:04

- **简化复杂度**：用简单结构表示复杂决策逻辑
- **扩展性强**：通过二分类组合可处理多分类问题
- **计算机友好**：类似二进制逻辑（0/1对应否/是），便于程序实现

3）与布尔逻辑类比 03:59:15

- **逻辑对应**：1→是/接通，0→否/断开
- **运算体系**：基于简单布尔运算构建复杂逻辑结构
- **实际意义**：为计算机逻辑运算奠定数学基础

24. 基尼指数定义 04:00:08

- **核心概念**：基尼指数是CART算法中用于特征选择的标准，与ID3算法的信息增益和C4.5的信息增益比类似，都是用来度量不同特征的分类能力。
- **与经济指数的区别**：虽然名称相同，但机器学习中的基尼指数与经济领域衡量收入差距的基尼指数不同，它主要用于表示数据的不确定性。
- **不确定性度量**: 基尼指数越大表示不确定性越高，越小则确定性越强。

25. 基尼指数计算 04:02:21

1）多分类问题与多项分布 04:02:23

- **概率分布**: 在多分类问题中，样本点属于第k类的概率为p_k，这构成一个多项分布。

- **错误分类概率**: 不属于第k类的概率为$1 - p_k$，这部分概率反映了分类的不确定性。

2）基尼指数的定义与计算 04:03:07

- **加权求和公式**: 基尼指数定义为$Gini(p) = \sum_{k=1}^{K} p_k(1 - p_k)$，其中$p_k$是样本属于第k类的概率。
- **化简形式**: 可以展开为$Gini(p) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k^2$，因为$\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$。
- **不确定性解释**: 这个值越大，表示样本的分类不确定性越高。

3）二分类问题下的基尼指数 04:05:20

- **简化公式**: 对于二分类问题，若样本属于第一类的概率为p，则基尼指数简化为$Gini(p) = 2p(1 - p)$。
- **对称性**: 公式中p和$1 - p$的对称性反映了二分类问题的特性。

4）基尼指数的估计值计算 04:06:16

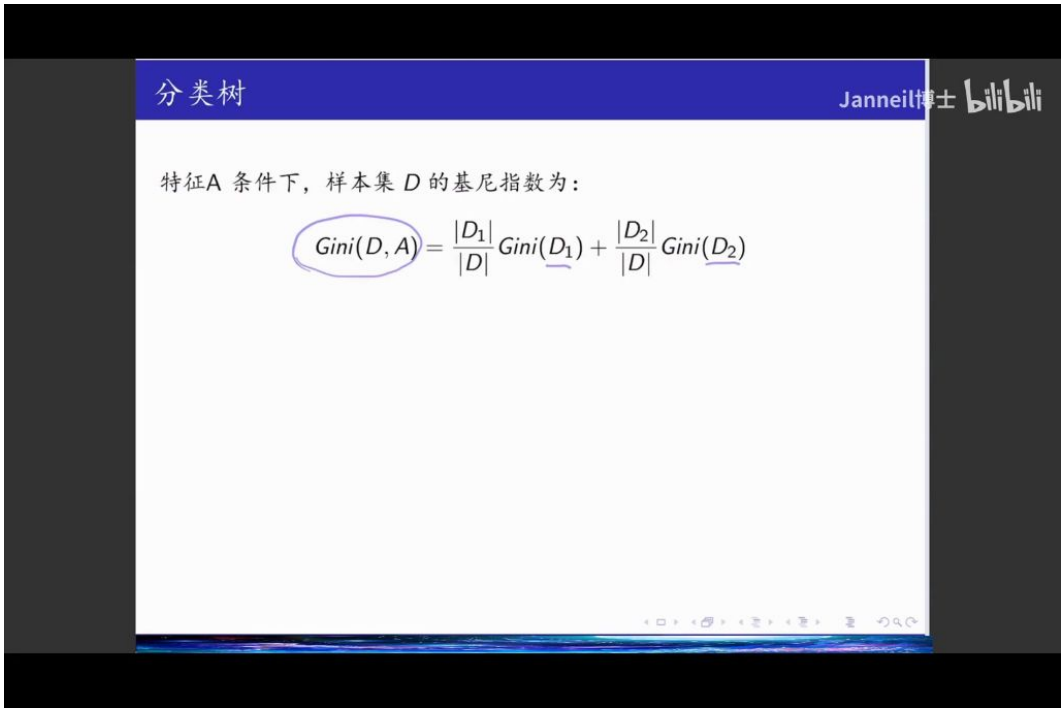
- **概率估计**: 在实际应用中，p_k可以用样本中属于第k类的比例来估计，即$\hat{p}_k = \frac{|C_k|}{n}$，其中$|C_k|$是第k类的样本数，n是总样本数。
- **经验基尼指数**: 将估计值代入理论公式，得到样本集的基尼指数$Gini(D) = 1 - \sum_{k=1}^{K} (\frac{|C_k|}{|D|})^2$。

26. 特征选择标准 04:07:47

- **特征条件下的基尼指数**: 给定特征a，可以将样本集D划分为D_1和D_2两部分，计算每部分的基尼指数后加权求和：$Gini(D,a) = \frac{|D_1|}{|D|}Gini(D_1) + \frac{|D_2|}{|D|}Gini(D_2)$。
- **二叉树特性**: CART算法生成的是二叉树，因此特征划分总是将样本集分成两部分。
- **选择标准**: 选择使$Gini(D,a)$最小的特征作为划分标准，这与信息增益最大化是类似的思路。

十六、分类树 ***04:09:19***

1. 基尼指数计算 04:09:25



- **定义**：基尼指数用于衡量数据集的不纯度，计算公式为$Gini(D) = 2p(1 - p)$，其中p为某类样本所占比例
- **计算示例**：10个桃子（5好吃5不好吃）的基尼指数为2×0.5×0.5=0.5
- **二分类简化**：对于二分类问题可直接使用$2p(1 - p)$公式计算，避免复杂的求和运算

2. 特征选择 04:10:29

- **划分原理**：根据特征值将数据集D划分为D_1和D_2两个子集

加权计算：特征A条件下的基尼指数计算公式为：

- $\frac{|D_1|}{|D|}Gini(D_1) + \frac{|D_2|}{|D|}Gini(D_2)$

3. 最优特征选择 04:11:23

- **选择标准**：比较不同特征的基尼指数，选择使基尼指数最小的特征
- **数学表达**：$min_A Gini(D,A)$，即寻找使基尼指数最小化的特征A

4. 桃子分类案例 04:11:34

- **甜度特征**：
  - 划分点：甜度>0.2
  - D_1（>0.2）：5好吃1不好吃，基尼指数$\frac{10}{36}$
  - D_2（≤0.2）：0好吃4不好吃，基尼指数0
  - 加权结果：$\frac{6}{10} \times \frac{10}{36} + \frac{4}{10} \times 0 \approx 0.17$
- **硬度特征**：
  - 硬桃子：2好吃3不好吃
  - 软桃子：3好吃2不好吃
  - 两组基尼指数均为$\frac{12}{25}$
  - 加权结果：$\frac{5}{10} \times \frac{12}{25} + \frac{5}{10} \times \frac{12}{25} = 0.48$

5. 特征划分效果比较 04:12:50

- **比较结果**：甜度特征（0.17）< 硬度特征（0.48）
- **结论**：甜度特征更有利于分类，因其基尼指数更小，分类更彻底

6. 基尼指数图形解释 04:14:53

- **曲线特性**：$Gini = 2p(1 - p)$是二次曲线
- **极值点**：在p=0.5时取得最大值0.5
- **边界情况**：当p趋近0或1时，基尼指数趋近0，表示确定性高

7. 甜度特征分析 04:15:22

- **优势体现**：在D_2中p=0（完全确定）
- **分类效果**：能完全区分出不好吃的桃子（甜度≤0.2时）

十七、CART分类树算法 04:21:26

1. 算法输入输出 04:21:31

- **输入**：
  - 训练数据集D
  - 特征集A
  - 停止条件阈值ε
- **输出**：CART决策树T

2. 算法步骤 04:21:45

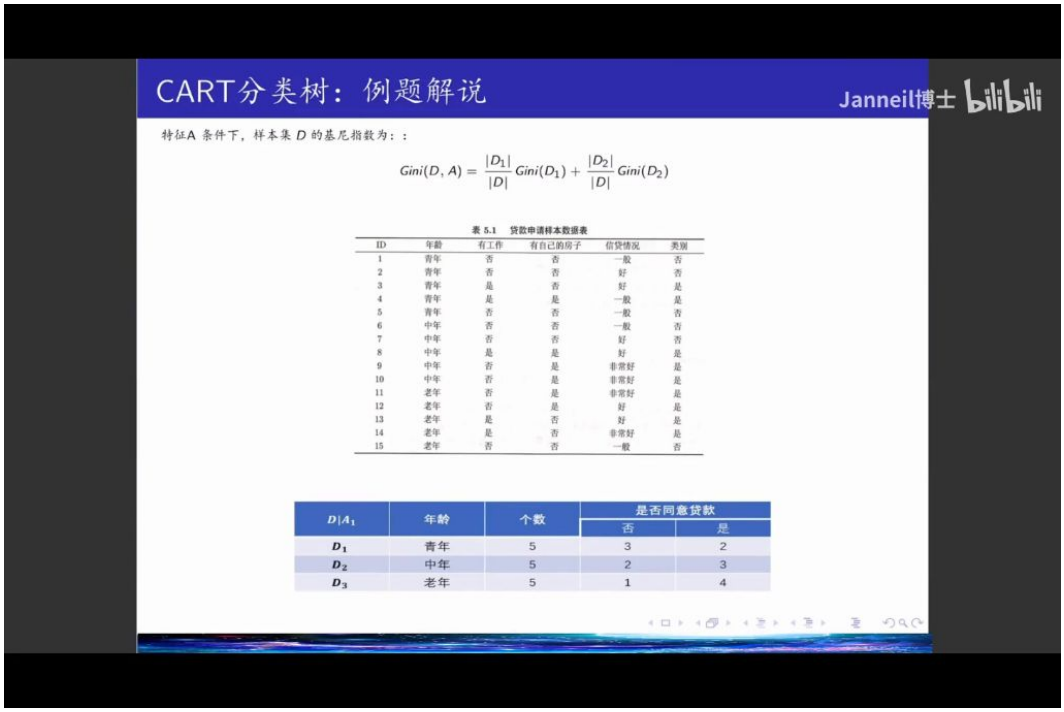
- **特征选择**：
  - 对每个特征A_g，计算所有可能取值a_g的基尼指数
  - 选择使基尼指数最小的a_g作为最优切分点
- **特征比较**：选择所有特征中基尼指数最小的作为最优特征
- **节点分裂**：根据最优特征和切分点生成两个子节点
- **递归构建**：对子节点重复上述过程

3. 停止条件 04:22:21

- **样本数量**：节点样本数小于预定阈值（如ε=5）
- **纯度阈值**：样本集基尼指数小于预定值（基本属于同一类）
- **特征耗尽**：没有更多可用特征
- **默认情况**：在示例中主要使用特征耗尽作为停止条件

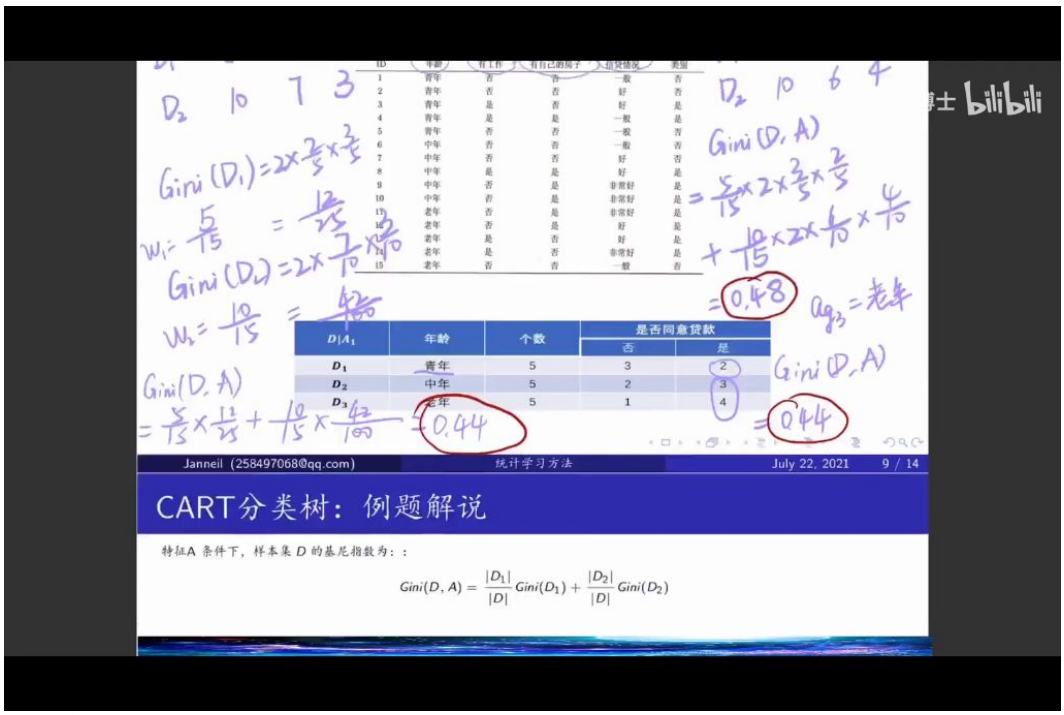
十八、例题解说：贷款申请案例 04:27:23

1. 数据集介绍 04:27:32



- **样本构成**：包含15个贷款申请样本，分类结果为"是"（同意贷款）和"否"（不同意贷款）
- **特征集合**：包含年龄、有工作、有自己的房子、信贷情况4个特征
- **目标变量**：最终分类结果（是否给予贷款）

2. 年龄特征分析 04:28:03

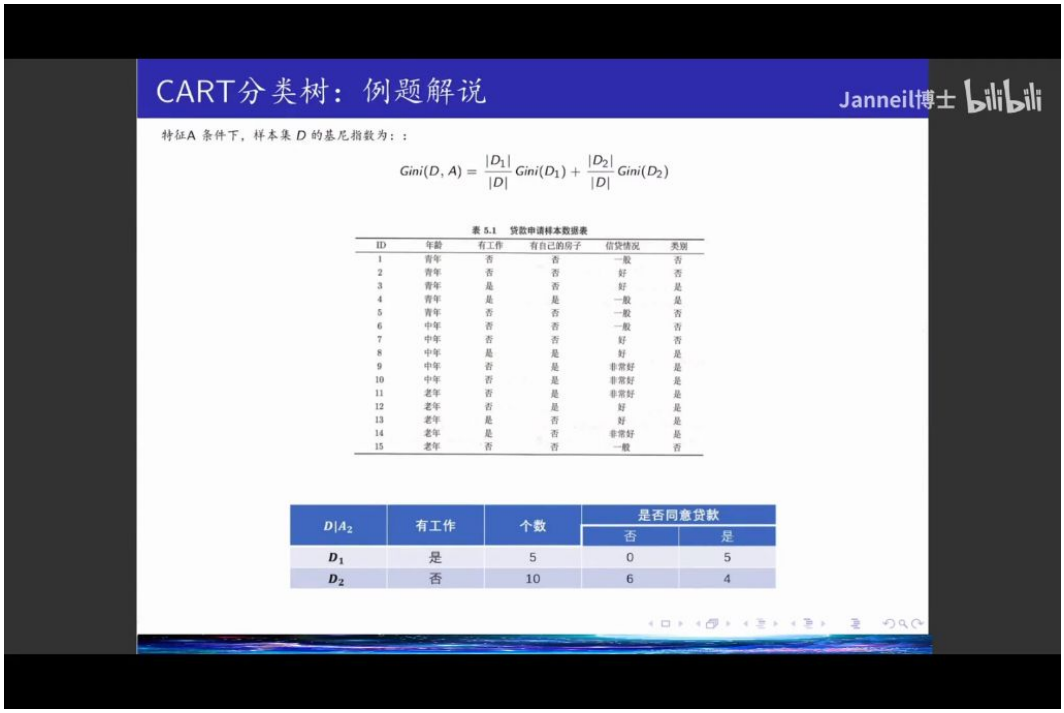


- **划分方式**：CART分类树是二叉树，需将年龄（青年/中年/老年）转化为二分划分
- **基尼指数计算**：
  - **青年划分**：$Gini(D,A)=\frac{5}{15}\times\frac{12}{25}+\frac{10}{15}\times\frac{42}{100}=0.44$
  - **中年划分**：$Gini(D,A)=\frac{5}{15}\times\frac{12}{25}+\frac{10}{15}\times\frac{48}{100}=0.48$

- **老年划分**：$Gini(D,A) = 0.44$

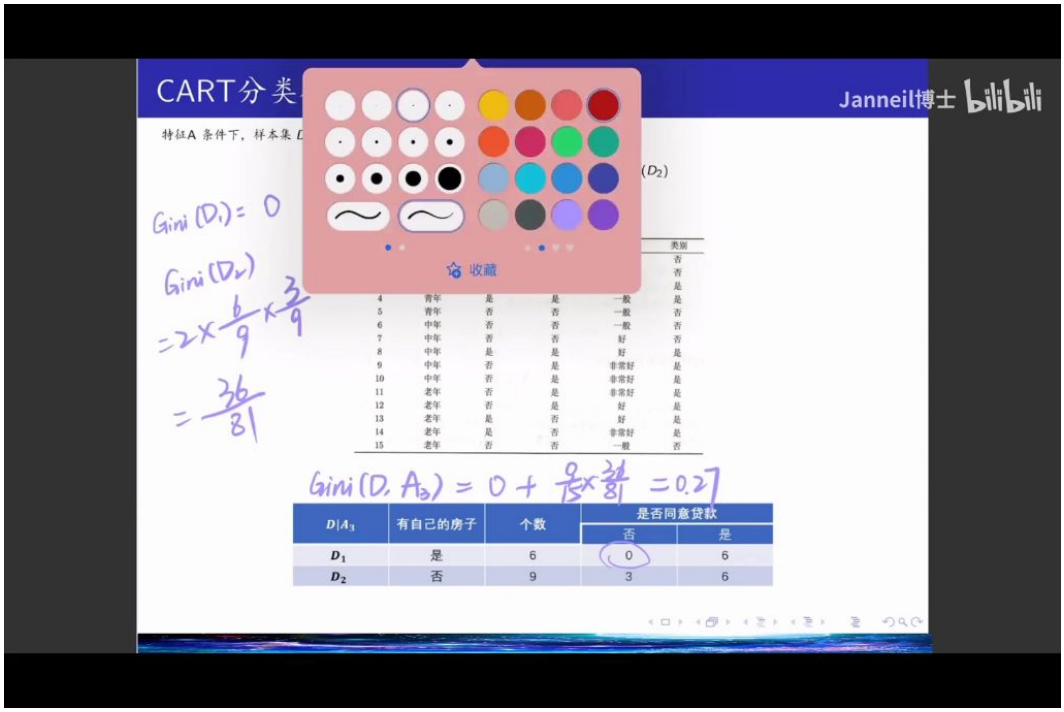
- **最优划分点**：青年或老年（基尼指数均为0.44）

3. 有工作特征分析 04:34:58



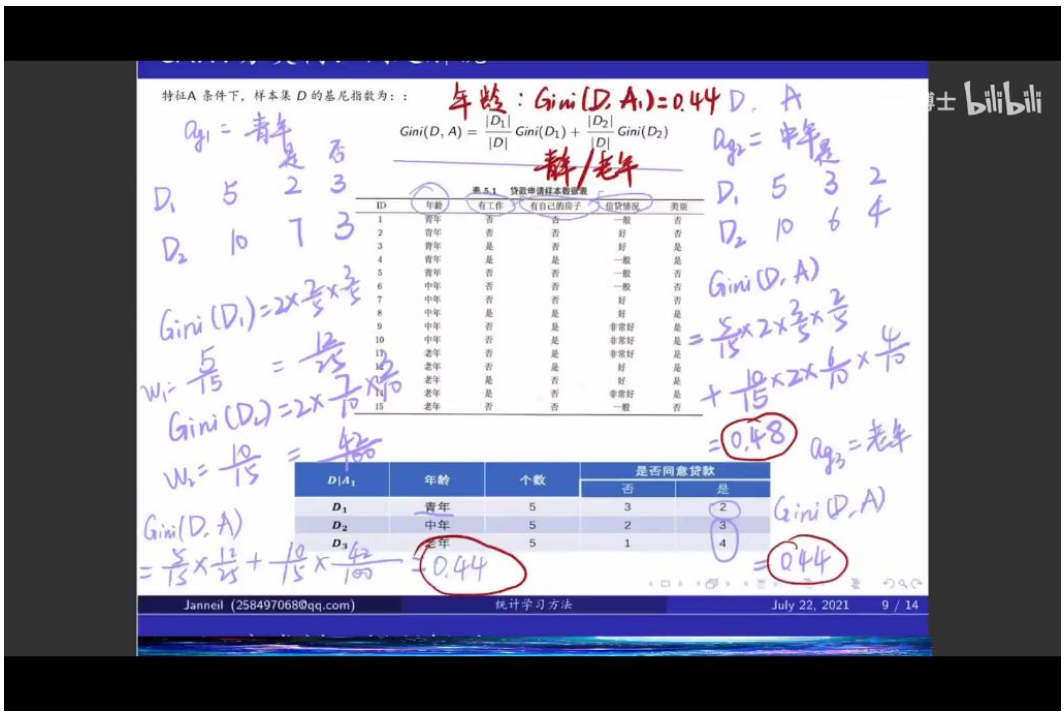
- **二分特性**：天然分为"有工作"和"无工作"两类
- **基尼指数计算**：
  - 有工作部分：$Gini(D_1) = 0$（全部同意贷款）
  - 无工作部分：$Gini(D_2) = 2 \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{48}{100}$
  - **加权结果**：$\frac{5}{15} \times 0 + \frac{10}{15} \times \frac{48}{100} = 0.32$

4. 有自己的房子特征分析 04:38:50



- **基尼指数计算**：
  - 有房产部分：$Gini(D_1) = 0$（全部同意贷款）
  - 无房产部分：$Gini(D_2) = 2 \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{36}{81}$
  - **加权结果**：$\frac{9}{15} \times \frac{36}{81} = 0.27$

5. 信贷情况特征分析 04:40:20



- **三分特性**：分为"非常好"、"好"、"一般"三类
- **基尼指数结果**：
  - 非常好划分：0.36
  - 好划分：0.47

- 一般划分：0.32
- **最优划分点**：一般（基尼指数0.32）

6. 最优特征选择与决策树生成 04:41:23

- **特征比较**：
  - 年龄：0.44
  - 有工作：0.32
  - 自有房产：0.27（最优）
  - 信贷情况：0.32
- **决策树结构**：
  - 根节点：按"有自己的房子"划分
    - 是→同意贷款（6个样本）
    - 否→进入子节点
  - 子节点：按"有工作"划分
    - 是→同意贷款
    - 否→不同意贷款
- **终止条件**：子节点基尼指数为0时停止分裂

十九、回归树 ***04:46:20***

1. 回归树模型 04:46:28

- **结构组成**： 回归树作为树模型，包含根节点、内部节点和叶子节点，最终结果对应叶子节点
- **核心问题**: 需要解决如何将连续输出变量对应到离散的叶子节点上
- **解决方案**： 通过将连续数据分割为小区间实现，但需注意必须基于输入变量而非输出变量进行划分

2. 输入空间划分 04:47:21

- **划分原则**:
  - **监督要求**: 必须根据输入变量而非输出变量划分，否则会退化为无监督问题

- **代表值计算**：每个划分单元R_m对应一个代表值c_m，通常取该单元内样本输出的平均值

- **数学表示**：回归树可表示为分段函数$f(x) = \sum_{m=1}^{M} c_m I(x \in R_m)$，其中I()为指示函数

3. 平方误差计算 04:48:46

- **误差度量**：采用平方误差$\sum (y_i - c_m)^2$作为划分质量的评价标准
- **代表值确定**：使平方误差最小的c_m即为该单元内所有样本输出y_i的平均值

4. 最优切分点选择 04:49:20

1）回归树的表示与理解 04:49:27

- **函数表达**：回归树本质是分段常数函数，每个区域R_m对应固定输出值c_m
- **二叉树实现**：虽然最终可能有多个叶子节点，但通过递归二叉划分实现

2）多叉树与二叉树的转换 04:51:17

- **转换原理**：任何多叉树都可表示为二叉树形式
- **递归划分**：每次将当前区域二分，未达停止条件则继续划分，最终形成多个叶子节点

3）回归树划分与代表值计算 04:53:52

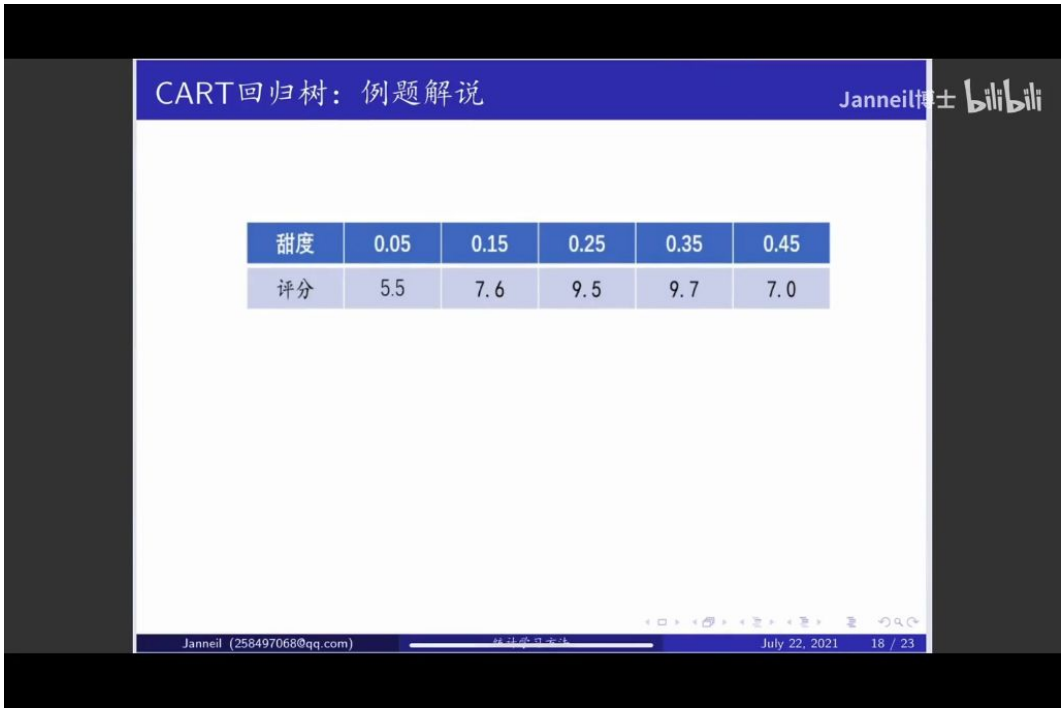
- **划分过程**：
  - 第一次划分得到$R_1^{(1)}$和$R_2^{(1)}$
  - 对未达停止条件的区域继续划分（如$R_1^{(2)}, R_2^{(2)}$）
  - 最终形成多个终端区域（如6个叶子节点）
- **代表值计算**：每个终端区域R_m的代表值c_m取该区域样本输出的平均值

4）最优切分点与切分变量的选择 04:55:27

- **双优化问题**：需要同时确定最优切分变量j和最优切分点s
- **选择步骤**：
  - 固定变量j，遍历所有可能切分点s，计算平方误差
  - 选择使平方误差最小的s作为该变量下的最优切分点
  - 比较所有变量的最小平方误差，选择最小的对应变量作为最优切分变量

5. 桃子评分案例 04:57:22

1）切分变量和切分点的选取过程 04:57:24



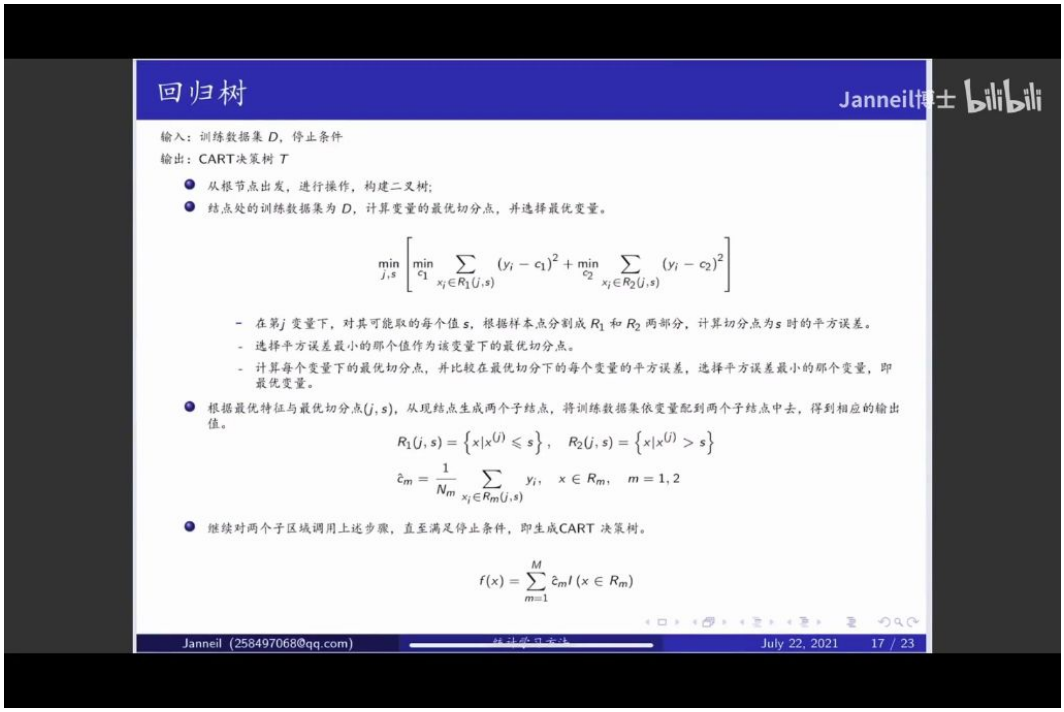
- **样本数据**:
  - 甜度：[0.05,0.15,0.25,0.35,0.45]
  - 评分：[5.5,7.6,9.5,9.7,8.2]
- **切分点评估**:
  - s=0.1：R_1均值为5.5，R_2均值为8.75，总误差3.09
  - s=0.2：总误差3.53
  - s=0.3：总误差9.13
  - s=0.4：总误差11.52
- **最优选择**: s=0.1时误差最小(3.09)，确定为最优切分点

2）例题1:桃子评分案例 04:58:15

- **初始划分**: 按s=0.1将数据分为两部分
  - R_1: (0.05,5.5)
  - R_2: 其余4个样本点
- **代表值计算**:
  - c_1 = 5.5
  - c_2 = 8.75
- **树结构表示**:
  - if x≤0.1 then 5.5
  - else 8.75
- **进一步划分**: 可在R_2上继续划分形成更复杂的树结构

6. 回归树生成算法 05:03:32

1）回归树生成算法的输入与输出 05:03:36



- **输入**: 训练数据集D，停止条件
- **输出**: CART决策树T

2）回归树生成算法的具体步骤 05:04:09

- **初始化**: 从根节点开始，当前节点包含全部训练数据
- **最优划分选择**:
  - 对每个变量j，寻找最优切分点s使平方误差最小
  - 选择使误差最小的变量和切分点组合(j,s)
- **区域划分**:
  - $R_1(j,s)=\{x|x^{(j)}\leq s\}$
  - $R_2(j,s)=\{x|x^{(j)}>s\}$
- **代表值计算**:
  - $c_m=\frac{1}{N_m}\sum_{x_i\in R_m}y_i$
- **递归构建**: 对子节点重复上述过程直到满足停止条件

3）例题1:回归树生成算法的桃子例子 05:07:20

- **单变量简化**: 甜度作为唯一输入变量，简化了变量选择过程
- **递归构建**:
  - 第一层划分：s=0.1
  - 第二层可在R_2上继续划分（如s=0.3）
  - 最终形成包含3个叶子节点的回归树
- **停止条件**: 可根据需求设定，如最小样本数或最大深度

二十、CART树剪枝 05:08:52

1. 代价复杂度剪枝 05:08:59

- **损失函数构成**： 由两部分组成，第一部分反映模型拟合代价$(C(T_t))$，第二部分反映模型复杂度$(\alpha|T_t|)$，其中α是惩罚参数
- **参数作用**:
  - 当$\alpha=0$时：生成完整决策树，只考虑拟合效果

- 当$\alpha \to +\infty$时：生成单结点树，强调泛化能力但拟合效果差

- **临界值计算**: 通过比较剪枝前后损失函数相等时的α值，确定剪枝临界点

2. 损失函数分析 05:09:28

- **子树表示**: 以T_t表示以t为根结点的子树，$|T_t|$表示叶结点个数
- **剪枝条件**:
  - 剪枝前损失：$C(T_t) + \alpha|T_t|$
  - 剪枝后损失：$C(t) + \alpha$
  - 当剪枝后损失≤剪枝前损失时执行剪枝
- **关键公式**: 临界值$\alpha = \dfrac{C(t) - C(T_t)}{|T_t| - 1}$，称为g(t)函数

3. 剪枝算法步骤 05:10:52

- **初始化**:
  - 设k=0，$T = T_0$（完整树）
  - $\alpha = +\infty$
- **计算过程**:
  - 自下而上计算各内部结点t的$C(T_t)$、$|T_t|$和g(t)
  - 更新$\alpha = min(\alpha, g(t))$
  - 对$g(t) = \alpha$的结点进行剪枝
  - 递归执行直到得到树序列$T_0, T_1, \ldots, T_n$
- **嵌套特性**: 生成的树序列满足T_{i+1}是T_i的子树

4. 最优子树选择 05:18:51

- **选择方法**: 采用交叉验证法在子树序列中选择最优
- **评价标准**:
  - 分类问题：使用基尼指数
  - 回归问题：使用平方误差
- **算法输出**: 最优决策树T_α，与特定α值对应

- **本质联系**:　　虽然不同算法标准不同（信息增益、信息增益比、基尼指数、平方误差），但都源于对不确定性的度量

二十一、知识小结

知识点	核心内容	关键算法/指标	应用示例	难度系数
决策树基础概念	树形结构分类模型，包含根节点、内部节点和叶节点	信息增益/基尼指数	贷款审批决策树	★★
ID3算法	使用**信息增益**选择特征，倾向于选择取值多的特征	信息增益计算	情人节活动安排案例	★★★
C4.5算法	使用**信息增益比**改进ID3，解决取值偏向问题	信息增益比计算	贷款申请数据集	★★★★
CART分类树	二叉树结构，使用**基尼指数**作为分裂标准	基尼指数公式	桃子分类案例	★★★★
CART回归树	处理连续值预测，使用**平方误差**最小化	均方误差(MSE)	水蜜桃甜度预测	★★★★
预剪枝方法	在生长过程中提前停止：深度限制/样本数阈值/误差率检查	测试集误差率比较	西瓜数据集预剪枝	★★★
后剪枝方法	生成完整树后修剪：降低错误剪枝/悲观错误剪枝/代价复杂度剪枝	代价复杂度公式α计算	贷款决策树剪枝	★★★★
过拟合处理	平衡拟合能力与泛化能力，通过剪枝控制模型复杂度	损失函数=代价+α*复杂度	果树修剪类比	★★★★
特征空间划分	输入空间被划分为互斥且完备的单元，每个单元对应一条路径	if-then规则集合	贷款特征空间划分	★★★
条件概率分布	决策树表示给定特征条件下类的条件概率分布	P(Y|X)估计	下雨概率预测案例	★★★★